

ANÁLISE DE ESTAQUEAMENTO  
PELO MÉTODO DAS CARGAS LIMITE

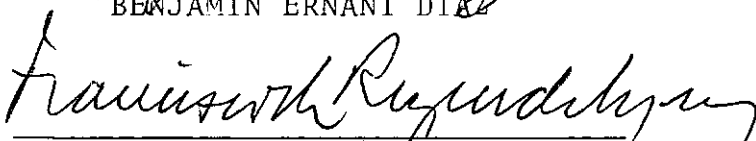
DAVID ANTUNES CABRAL

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS DE  
PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE  
JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO  
DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS (M.Sc.).

Aprovada por:

  
\_\_\_\_\_  
DIRCEU DE ALENCAR VELLOSO  
(Orientador)

  
\_\_\_\_\_  
BENJAMIN ERNANI DIAZ

  
\_\_\_\_\_  
FRANCISCO DE REZENDE LOPES

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL  
NOVEMBRO DE 1982

CABRAL, DAVID ANTUNES

Análise de Estaqueamento pelo Método das Cargas Limite (Rio de Janeiro), 1982.

VIII, 158p. 29,7 cm (COPPE-UFRJ, M.Sc. Engenharia Civil, 1982)

Tese - Univ. Fed. Rio de Janeiro, Fac. de Engenharia.

1. Cálculo de Estaqueamento I.COPPE/UFRJ II.Título (série).

À minha família, e em especial  
à Regina Célia Sampaio Cabral, com  
profunda gratidão.

## AGRADECIMENTO

Ao professor Dirceu de Alencar Velloso pela orientação segura e ao professor Nelson Aoki pelas sugestões e grande incentivo que possibilitaram a realização deste trabalho.

À Gerência e Diretoria de Estacas Franki Ltda., pelo apoio que sempre recebi.

Aos colegas do Departamento de Projetos e Estudos Espe<sup>ci</sup>ais de Estacas Franki Ltda. e ao amigo Paulo Carim, pela aju<sup>da</sup> recebida.

A todos os professores da Coppe e funcionários de Estacas Franki Ltda., que direta ou indiretamente contribuíram para o êxito deste trabalho.

O trabalho apresenta, inicialmente, uma discussão sobre fatores de segurança e do cálculo de estaqueamento através de teoria da elasticidade.

Em seguida, analisa os modos possíveis de rotura das estacas e desenvolve estudos que permitem a aplicação de método elasto-plástico para o cálculo de estaqueamentos. Consegue-se, então, que as cargas nas estacas mais carregadas sejam redistribuídas para as demais, em função das características do estaqueamento e da curva carga x recalque de cada estaca.

Os principais objetivos desta tese são uma melhor utilização das estacas com maior economia nos projetos de fundações e o cálculo da capacidade de carga de um estaqueamento submetido a um carregamento inicial de serviço e a um carregamento crescente correspondente ao modo de rotura que se pretende analisar.

Como aplicação do método desenvolve-se programa de compu-tador e calcula-se alguns exemplos.

## SUMMARY

We first present a discussion on safety factors and piling design using the elasticity theory.

We analyse thereafter the possible types of pile failure and develop studies which allow us to apply the elastic-plastic method to piling design.

We may obtain then a redistribution of the load of the most highly loaded piles to the others, according to the pile group characteristics and to the load-settlement curve of each pile.

The main objectives of the present thesis are a better utilization of piles, increasing the savings in foundation and the calculation of the rupture of the pile group submitted to an initial service loading and then to an incremental loading according to the type of rupture to be analysed.

As an application of the method, we have developed a computer program and calculated some examples.

## CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO .....	1
------------------	---

## CAPÍTULO II

NOÇÕES DO COEFICIENTE DE SEGURANÇA .....	3
II.1 - Critério Elástico .....	3
II.2 - Critério dos Esforços Limites .....	4

## CAPÍTULO III

MODELOS DE CÁLCULO ELÁSTICO PARA A DETERMINAÇÃO DOS ESFORÇOS NAS ESTACAS .....	8
III.1 - Considerações Básicas .....	8
III.2 - Sistema Global de Referência .....	9
III.3 - Sistema de Eixos Paralelos ao Global .....	9
III.4 - Sistema Local de Coordenadas .....	9
III.5 - Matriz de Rigidez da Estaca .....	12
III.6 - Esforços no Topo de cada Estaca .....	30
III.7 - Exemplo .....	41
III.8 - Crítica ao Cálculo Elástico .....	46

## CAPÍTULO IV

MODOS DE ROTURA DE UMA ESTACA .....	50
IV.1 - Rotura da Estaca por Esforços Axiais .....	50
IV.2 - Rotura da Estaca por Esforços Transversais .....	52

## CAPÍTULO V

FORMULAÇÃO E RESOLUÇÃO DO PROBLEMA DO CÁLCULO À ROTURA.	60
---------------------------------------------------------	----

V.1 - Método Iterativo .....	65
V.2 - Método dos Estados Finais .....	69
V.3 - Programa de Computador .....	76
CAPÍTULO VI	
CARGAS CÍCLICAS .....	86
CAPÍTULO VII	
CONSIDERAÇÕES SOBRE O MÉTODO DE BENT HANSEN .....	95
CAPÍTULO VIII	
EXEMPLOS NUMÉRICOS .....	108
VIII.1 - Exemplo VIII.1 .....	109
VIII.2 - Exemplo VIII.2 .....	117
VIII.3 - Exemplo VIII.3 .....	130
VIII.4 - Exemplo VIII.4 .....	138
CAPÍTULO IX	
CONCLUSÃO .....	149
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	151
APÊNDICE I .....	157



## INTRODUÇÃO

Um estaqueamento é um grupo de estacas que transmite os esforços da superestrutura para o solo, sendo o principal problema do engenheiro projetá-lo da maneira mais econômica e segura possível.

Normalmente os estaqueamentos são projetados de forma que a carga da estaca mais carregada, sob ação dos carregamentos de serviço, não ultrapasse a carga de rotura da estaca dividida por um fator de segurança adequado. A distribuição dos esforços nas estacas é obtida pela teoria da elasticidade.

No entanto, um estaqueamento é uma estrutura que geralmente apresenta um alto grau de hiperestaticidade, possuindo, portanto, uma elevada capacidade de redistribuição dos esforços, fazendo com que o procedimento usual de projeto seja muito conservativo e, por conseguinte, antieconômico.

No método da carga limite permite-se que as estacas mais carregadas ao atingirem suas capacidades de carga, ou seja, ao se plastificarem, redistribuam seus acréscimos de carga para as demais, desde que o estaqueamento assim o permita. O carregamento de rotura será aquele que transformará o estaqueamento em um mecanismo, sem que seja possível qualquer redistribuição de carga.

Deste modo, pode-se obter o fator de segurança do estaqueamento para um determinado carregamento. Este fator de segurança

será a relação entre o carregamento de rotura e o de serviço.

É importante ressaltar que um estaqueamento pode possuir vários carregamentos de rotura diferentes, dependendo da lei de crescimento do carregamento de serviço.

O método da carga limite apresenta as seguintes vantagens principais:

- a) O grau de utilização das estacas é superior ao dos mé todos elásticos, sendo, portanto, mais econômico;
- b) Permite a determinação dos fatores de segurança do es taqueamento para um determinado vetor de carga, com leis de crescimento arbitrária;
- c) Possibilita o conhecimento das estacas que estarão efetivamente trabalhando quando o carregamento estiver próximo a rotura.

Neste trabalho fazemos uma rápida revisão dos métodos elás ticos de cálculo de estaqueamento existentes e desenvolvemos es tudos sobre o método da carga limite que permitiram a elaboração de um programa de computador para cálculo de estaqueamento se gundo este método.

Tivemos a preocupação de elaborar o programa de modo a po der ser utilizado por mini-computadores, a fim de torná-lo aces sível à maioria dos engenheiros projetistas de fundações.

## C A P Í T U L O    I I

## NOÇÕES DO COEFICIENTE DE SEGURANÇA

A determinação do coeficiente de segurança de um estaqueamento ou de uma estrutura qualquer, envolve os seguintes problemas:

## Problema P1

Estudo da distribuição dos esforços exteriores aplicados à estrutura em cada um de seus elementos. No caso específico de estaqueamento devemos calcular os esforços nas estacas sob efeito dos esforços exteriores, considerando as ligações das estacas com a superestrutura e com o terreno.

## Problema P2

Definição dos esforços máximos que podem ser exercidos sobre uma estaca isolada, tanto sob o ponto de vista estrutural como sob o ponto de vista da capacidade de carga.

## Problema P3

Definição dos esforços máximos que podem ser exercidos sobre um grupo de estacas, ou seja, sobre um estaqueamento, considerando as ligações com a superestrutura e com o terreno.

O coeficiente de segurança pode ser definido segundo dois critérios:

## II.1 - Critério C1 - Critério Elástico

O cálculo do coeficiente de segurança resulta da comparação entre as solicitações reais em cada uma das se

ções da estrutura estudada e das solicitações limites que podem ser exercidas sobre a seção considerada.

$$Fe = \inf_{ijk} (R_{ij}/r_{ijk}) \quad (1) \quad \text{onde}$$

i = designa as diferentes seções ou elementos da estrutura.

j = designa os diferentes tipos de solicitações (longitudinais ou transversais).

k = designa os diferentes casos de carga.

r = designa os esforços atuantes.

R = designa os esforços limites.

Esta definição de coeficiente de segurança envolve a resolução dos problemas P1 e P2.

Segundo este critério, o coeficiente de segurança de um estaqueamento (Fe), será obtido pela relação entre a capacidade de carga da estaca e a carga da estaca mais carregada.

## II.2 - Critério C2 - Critério dos Esforços Limites

O cálculo do coeficiente de segurança resulta da comparação entre os esforços exteriores aplicados e o esforço limite que pode ser suportado por toda a estrutura.

$$Fp = \inf_k (E_k/e_k) \quad (2) \quad \text{onde}$$

k = designa os diferentes casos de carga.

e = designa os esforços exteriores aplicados.

E = designa o esforço limite correspondente.

Esta definição do coeficiente de segurança envolve a resolução dos problemas P2 e P3.

O valor absoluto do coeficiente de segurança de um estaqueamento deve levar em conta os seguintes fatores principais:

- a) Diferença entre os valores calculados e os valores reais, ou seja, a validade do método de cálculo;
- b) Valores de deformações admissíveis da estrutura;
- c) Dispersão das medidas características das cargas;
- d) Combinação das cargas consideradas no vetor carregamento;
- e) Dispersão das características da resistência das estacas;
- f) Eficácia do controle de execução das estacas;
- g) Existência ou não de comprovação experimental em uma determinada obra dos métodos utilizados para a obtenção da capacidade de carga.

Face ao exposto acima, parece-nos ser muito razoável que o coeficiente de segurança do estaqueamento seja desmembrado em dois fatores: um fator de segurança para as cargas e outro para a capacidade de carga das estacas.

A determinação de valores para os fatores de segurança não faz parte deste trabalho. Apenas como ilustração, listamos a seguir, nas Tabelas 1 e 2, os valores indicados para o critério de esforços limites no *Code of Practice For Foundation Engineering - Danish Geotechnical Institute*.

Coeficiente de Segurança da Capacidade de Carga	Combinação de Cargas		
	Normal	Superior	Extrema
Capacidade de carga obtida sem comprovação experimental	2.0	1.8	1.0
Capacidade de carga obtida com comprovação experimental em condições similares.	1.6	1.45	1.0
Capacidade de carga obtida com comprovação experimental no local da obra	1.4	1.25	1.0

Estes valores devem ser majorados de 1,25 para solos pouco estudados.

TABELA 1 - COEFICIENTES DE SEGURANÇA DA CAPACIDADE DE CARGA

Coeficiente de Segurança de Carregamentos	Combinação de Cargas		
	Normal	Superior	Extrema
Peso Próprio			
Partes da estrutura, solo e nível d'água	1.0	1.0	1.0
Sobrecargas			
Pessoas e Móveis	1.5	1.5	0.5
Veículos e Máquinas	1.5	1.5	1.0
Estocagens de Materiais	1.3	1.3	1.0
Estocagens de Líquidos	1.2	1.2	1.0
Vento	1.5	1.0	0.4
Correnteza	1.5	1.0	0.4

TABELA 2 - COEFICIENTES DE SEGURANÇA DE CARREGAMENTOS.

## COMBINAÇÃO DE CARGAS:

normal = Peso próprio + Sobre carga

Peso próprio + Vento

superior = Peso próprio + Sobre carga + Vento

extrema = Peso próprio + Sobre carga + Vento + Cargas especiais.

Denomina-se de cargas especiais aquelas de pequena possibilidade de ocorrência no local da obra, como por exemplo, terremoto e queda de avião.

## MODELOS DE CÁLCULO ELÁSTICO PARA A DETERMINAÇÃO DOS ESFORÇOS NAS ESTACAS

Consideraremos em nossa análise que o bloco de coroamento das estacas é rígido, ou seja, as distâncias entre os topos das estacas permanecerão inalteradas.

Os modelos de cálculo da distribuição dos esforços em um estaqueamento se distinguem em dois grupos: os que consideram a contenção lateral do terreno e os que não consideram.

Com o uso dos computadores, a tendência é a aplicação do método da rigidez para o cálculo de estaqueamento e considerar a influência do solo na determinação da matriz da rigidez da estaca.

### III.1 - Considerações Básicas

O Bloco é suposto rígido e as estacas poderão ser verticais ou inclinadas em quaisquer direções, podendo ter diferentes características entre si. O programa permite a análise de:

- a) estacas rotuladas no bloco e no solo;
- b) estacas engastadas no bloco e no solo;
- c) estacas engastadas no bloco e rotuladas no solo;
- d) estacas rotuladas no bloco e engastadas no solo;
- e) estacas engastadas no bloco e engastadas elasticamente no solo;
- f) estacas rotuladas no bloco e engastadas elasticamente no solo.



### III.2 - Sistema Global de Referência

Definiremos um sistema de eixos globais de referência formado por um sistema cartesiano direto de eixos  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ , onde o eixo dos  $X$  é vertical e positivo para baixo (ver Fig. 1).

### III.3 - Sistema de Eixos Paralelos ao Global

Definiremos um sistema de eixos cartesianos  $X'$ ,  $Y'$ ,  $Z'$ , paralelo ao sistema global  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ , e com origem no centro da seção reta do topo da estaca (Ponto  $O'$  da Fig. 1).

### III.4 - Sistema Local de Coordenadas

Definiremos um sistema de eixos ortogonais  $X''$ ,  $Y''$ ,  $Z''$ , com origem no centróide da seção reta do topo da estaca, com o eixo  $X''$  orientado para o pé da estaca (Ponto  $P'$  da Fig. 1) e com os eixos  $Y''$  e  $Z''$  orientados segundo os eixos principais de inércia da seção da estaca (Fig. 2).

Sistema de eixos principais  
de inércia

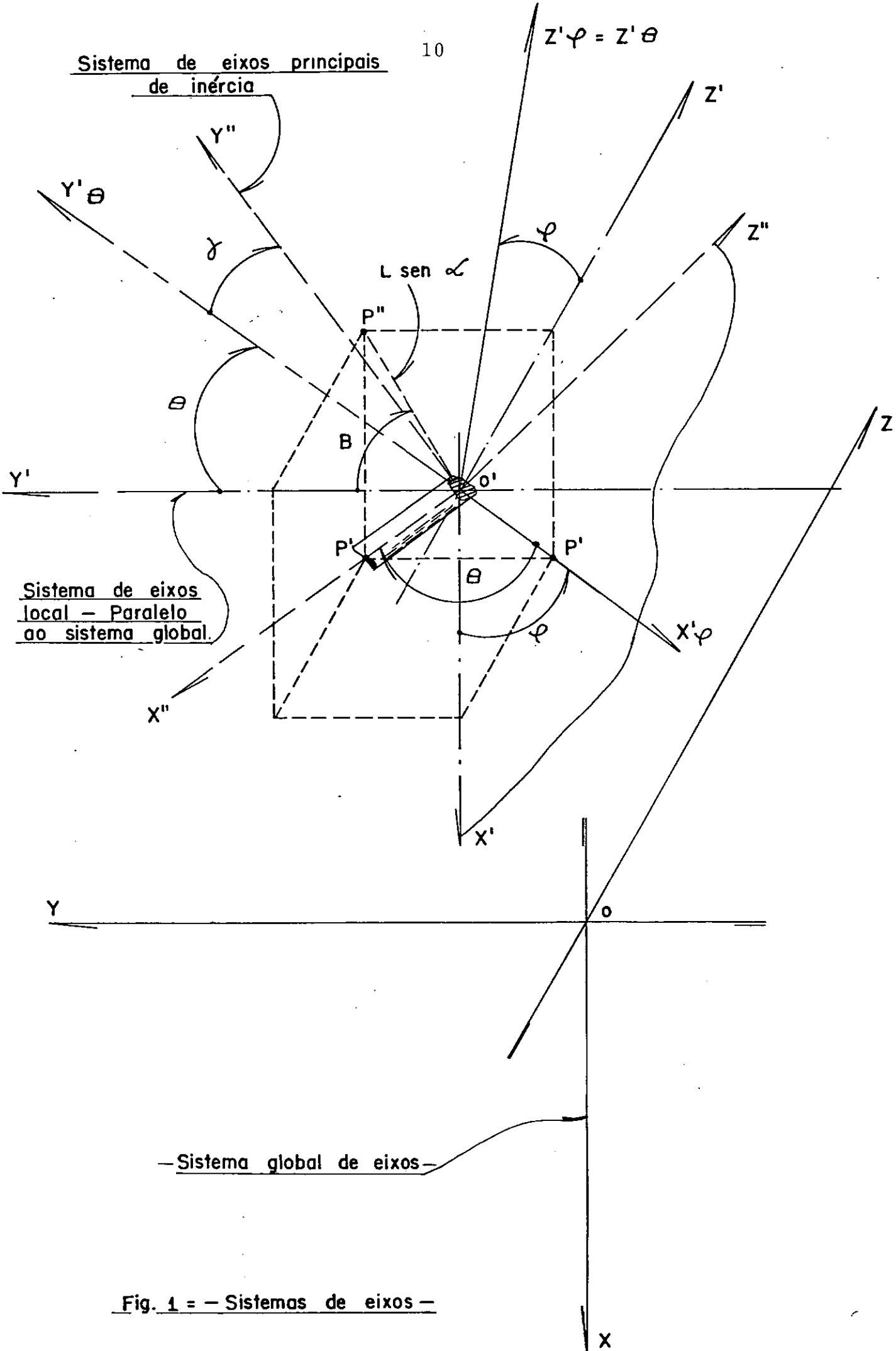
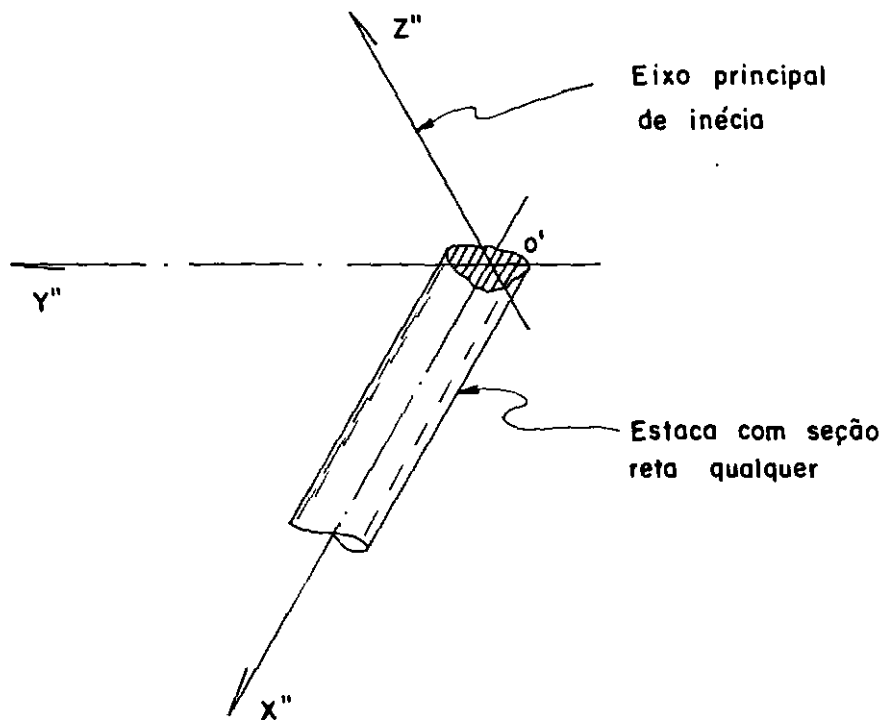


Fig. 1 = - Sistemas de eixos -



SISTEMA DE EIXOS LOCAL

Fig.2

### III.5 - Matriz de Rigidez da Estaca

A matriz de rigidez adotada é referida somente aos deslocamentos e rotações unitárias no topo da estaca, portanto, é uma matriz de 6 x 6.

#### III.5.1 - Estaca Rotulada no Bloco e no Solo

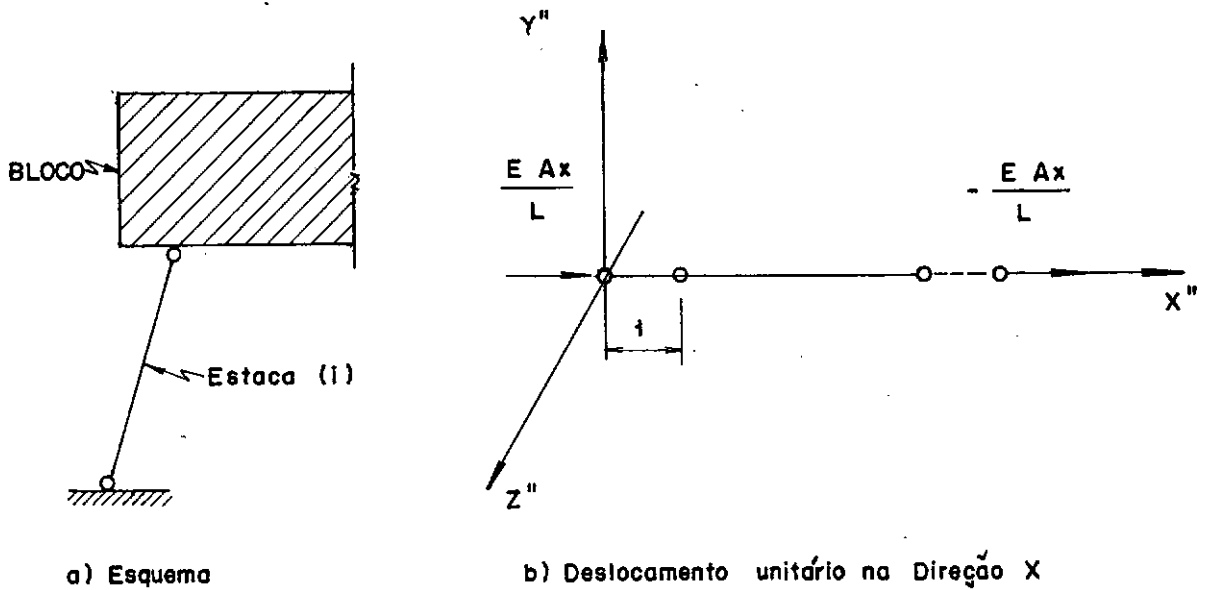
Este caso foi o mais adotado até a introdução dos computadores, pois, além de ser o mais simples foi muito bem analisado por Frederico Schiel em seu famoso trabalho "Estática de Estaqueamento".

Neste caso a matriz de rigidez da estaca genérica será (Fig. 3).

$$[S'']_i = \begin{bmatrix} \frac{E A_x}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

FIG. 3 - MATRIZ DE RIGIDEZ DE ESTACA BI-ROTULADA.

Caso possamos determinar a curva carga x recalque da estaca, o fator  $E A x / L$  deverá ser substituído pela relação  $P / r$ , onde  $r$  é o valor do recalque para a carga  $P$ .

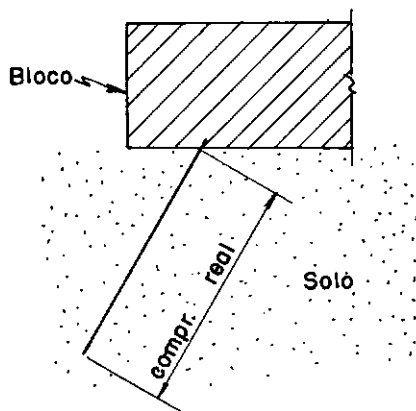


- FIG. 4 -

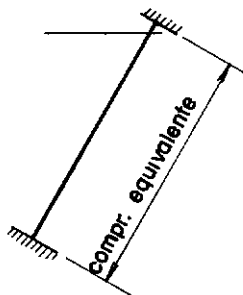
### III.5.2 - Estaca Engastada no Bloco e no Solo

Embora a hipótese anterior seja a mais utilizada, na maioria dos projetos existe o engastamento das estacas nos blocos, uma vez que no caso de estacas de concreto, normalmente as armaduras das estacas penetram razoavelmente no bloco, enquanto que no caso das estacas metálicas, estas penetram pelo menos 30 cm nos blocos, além de terem uma armadura de fretagem ou chapa metálica no topo.

O engastamento no solo é normalmente considerado através da substituição das estacas reais por estacas fictícias com características geométricas tais que os deslocamentos possíveis de ocorrerem no topo destas sejam iguais aos das estacas reais (Fig. 5).



a) Esquema



b) Estaca Fictícia

A matriz de rigidez e o significado de cada elemento da matriz estão indicados nas Figs. 6 e 7.

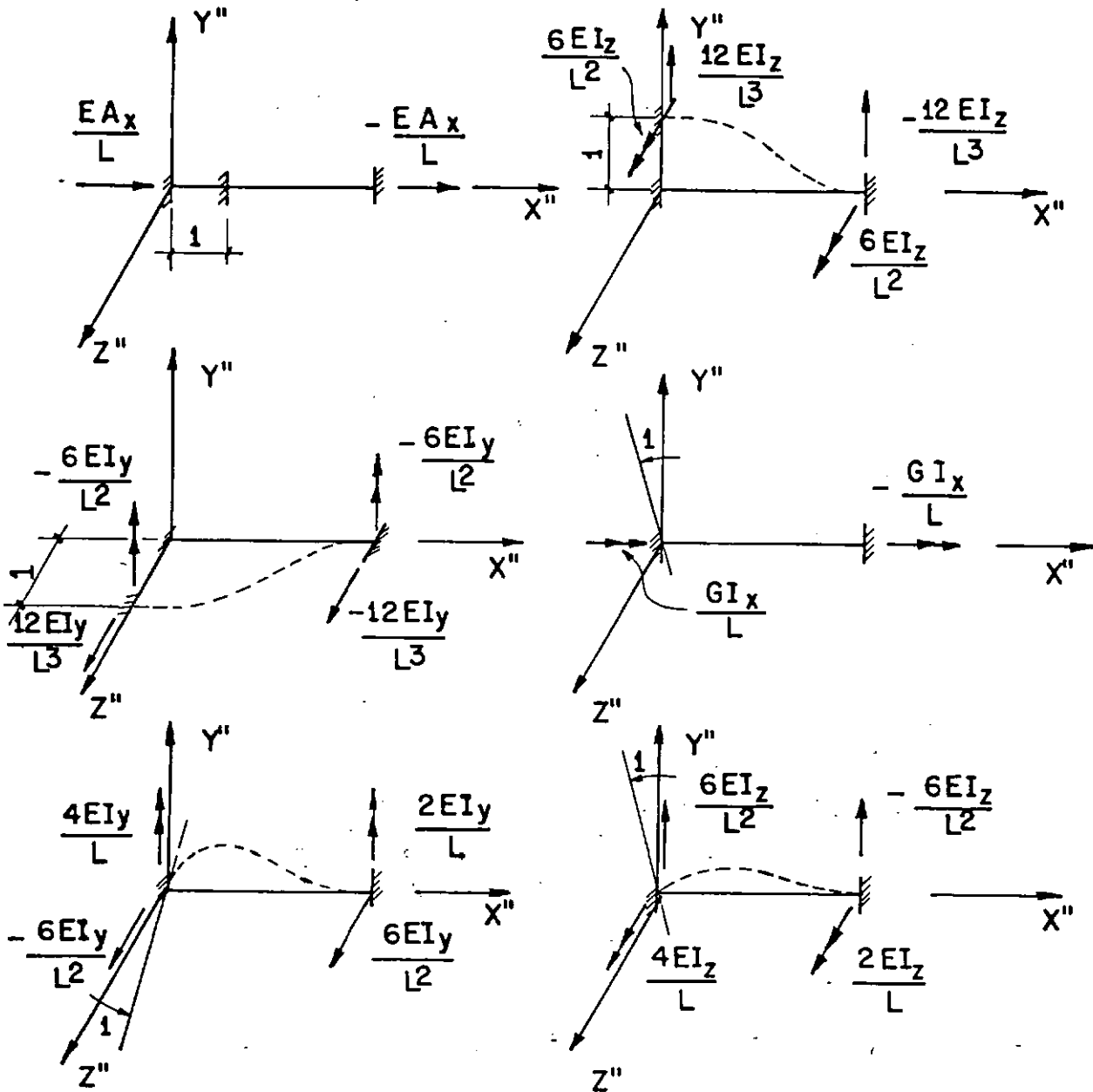


FIG. 6

$$\left[ S'' \right]_i = \begin{bmatrix}
 \frac{E A_x}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & \frac{12 E I_z}{L^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{6 E I_x}{L^2} \\
 0 & 0 & \frac{12 E I_y}{L^3} & 0 & \frac{6 E I_y}{L^2} & 0 \\
 0 & 0 & 0 & \frac{G I_x}{L} & 0 & 0 \\
 0 & 0 & \frac{6 E I_y}{L^2} & 0 & \frac{4 E I_y}{L} & 0 \\
 0 & \frac{6 E I_z}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{4 E I_z}{L}
 \end{bmatrix}$$

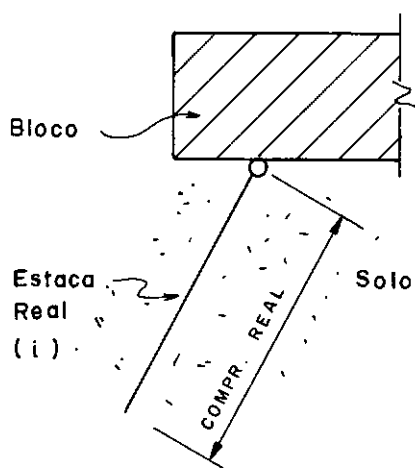
FIG. 7 - MATRIZ DE RIGIDEZ DE ESTACA BI-ENGASTADA

### III.5.3 - Estaca Rotulada no Bloco e Engastada no Solo

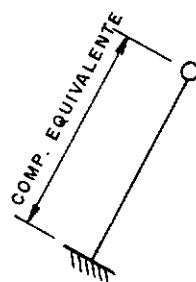
Em alguns estaqueamentos de estacas de grande diâmetro e, por conseguinte, elevada rigidez, como por exemplo, estacas escavadas, pode-se considerar as estacas rotuladas no bloco. O com



primento equivalente de engastamento é calculado de maneira análoga a do caso anterior (Fig. 8).



a) Esquema



b) Estaca Fictícia

Fig. 8

A matriz de rigidez e o significado de cada elemento da matriz estão indicados nas Figs. 9 e 10.

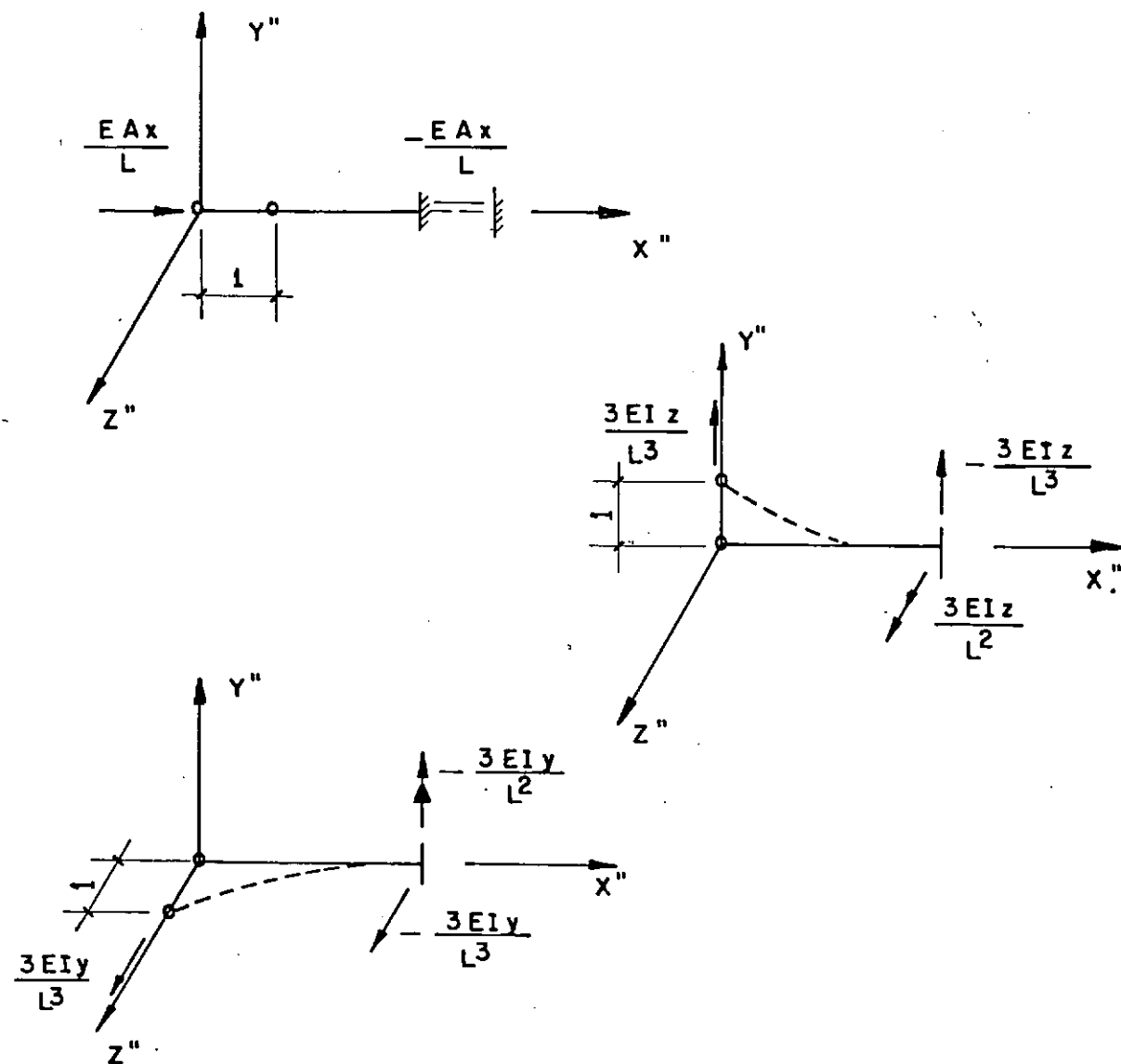


Fig. 9

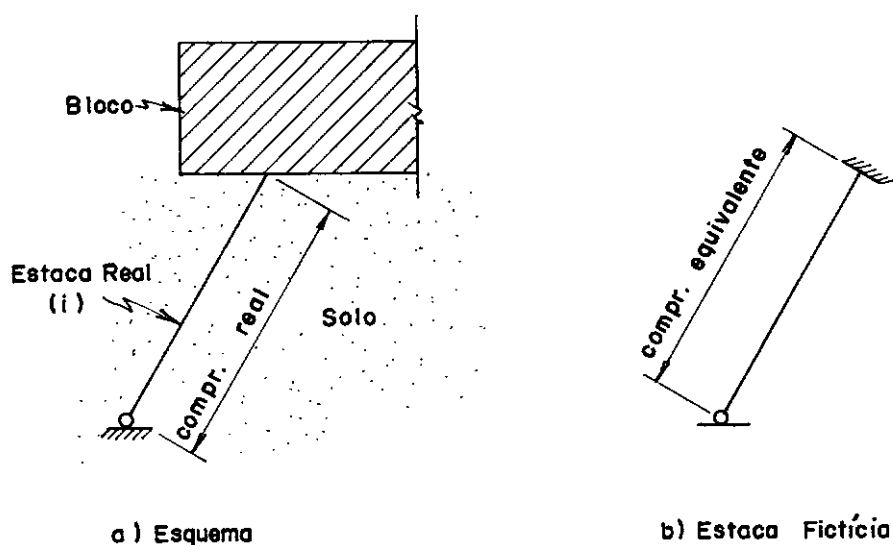
$$\left[ S'' \right]_i = \begin{bmatrix}
 \frac{E A_x}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & \frac{3 E I_z}{L^3} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & \frac{3 E I_z}{L^3} & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
 \end{bmatrix}$$

FIG. 10 - MATRIZ DE RIGIDEZ DE ESTACA ROTULADA NO BLOCO E ENCASTADA NO TERRENO.

### III.5.4 - Estaca Engastada no Bloco e Rotulada no Solo

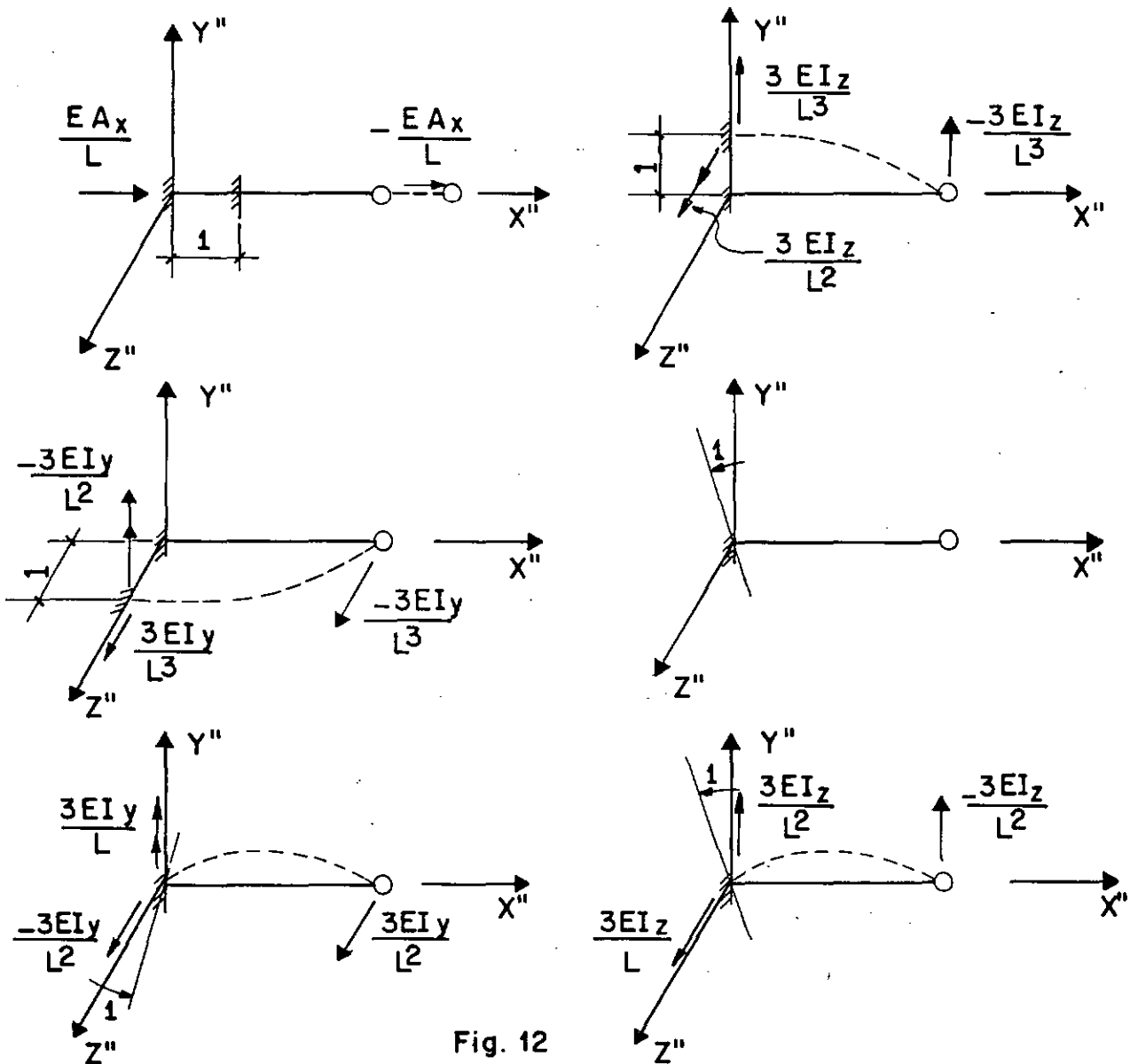
Neste caso, por exemplo, a armadura da estaca de concreto penetra no bloco, ou no caso de estaca metálica, a estaca penetra pelo menos 30 cm no bloco, mas, o solo não possui resistência suficiente para promover o engastamento da estaca.

É o caso, por exemplo, de estaqueamento construído em terrenos que apresentam camadas de solo mole sobrejacentes a camadas de alta resistência ou rocha (Fig. 11).



- FIG. 11 -

A matriz de rigidez e o significado de cada elemento da matriz estão indicados nas Figs. 12 e 13.



$$\left[ S'' \right]_i = \begin{bmatrix}
 \frac{E A_x}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & \frac{3 E I_z}{L^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{3 E I_z}{L^2} \\
 0 & 0 & \frac{3 E I_z}{L^3} & 0 & -\frac{3 E I_z}{L^2} & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & -\frac{3 E I_y}{L^2} & 0 & \frac{3 E I_y}{L} & 0 \\
 0 & \frac{3 E I_z}{L} & 0 & 0 & 0 & \frac{3 E I_z}{L}
 \end{bmatrix}$$

FIG. 13 - MATRIZ DE RIGIDEZ DE ESTACA ENGASTADA  
NO BLOCO E ROTULADA NO SOLO.

### III.5.5 - Estacas Engastadas no Bloco e Engastadas Elasticamente no Solo

Nesta hipótese, consideraremos que as estacas se comportam lateralmente, segundo as hipóteses da teoria da viga sobre base elástica.

Embora o problema seja um pouco mais complexo, pois as estacas atravessam camadas de natureza diferente e as características de alguns solos variam de maneira sensível com a profundidade, verifica-se que para dados correntes de projetos, elas podem ser assimiladas a vigas de comprimento semi-infinito em meio elástico. Este fato torna irrelevante o problema das condições de apoio nas extremidades inferiores das estacas, que são deste modo solicitadas por pequenos esforços de torção, corte e flexão, além, naturalmente, de esforços normais.

Assim sendo, temos:

a) Rigidez à compressão

$$S''_{(1.1)} = \frac{E A x}{L} \quad (3)$$

b) Rigidez à torção

Da teoria da elasticidade obtem-se o coeficiente de rigidez à torção, que é definido por:

$$S''_{(4.4)} = \frac{G T x}{L} \quad (4)$$

c) Rigidez à flexão

A obtenção deste coeficiente é feita a partir da teoria da viga sobre apoio elástico, considerando-se que para qualquer seção, a reação

distribuída seja proporcional à deflexão e o coeficiente de reação horizontal constante.

Admitindo para a estaca  $X$  como eixo longitudinal e  $Y$  um dos transversais (Fig. 14), com as relações clássicas da resistência dos materiais e, considerando-se o equilíbrio de um elemento infinitesimal de comprimento  $dx$ , situado entre duas seções horizontais quaisquer, tem-se:

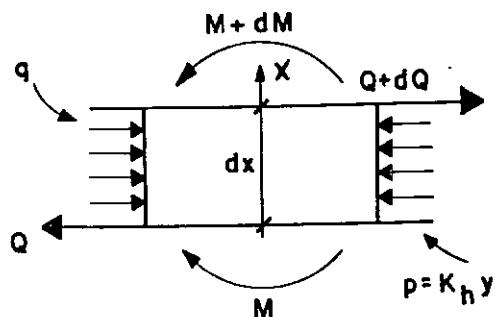
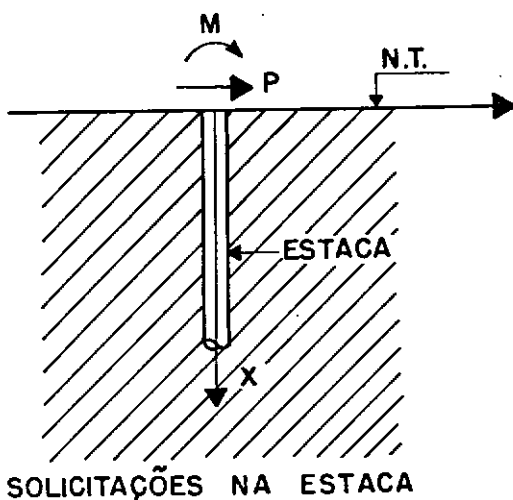


Fig. 14



$$EI_z \frac{d^4 y}{dx^4} = q - K_h \cdot y \quad (5)$$

onde:

E = módulo de elasticidade longitudinal do material da estaca.

$I_z$  = momento de inércia.

q = carga distribuída na estaca.

y = flecha em um ponto qualquer da abscissa x.

$K_h$  = coeficiente de reação horizontal.

Para um trecho sem carga ( $q = 0$ ), a reação horizontal do terreno é a única força que atua na estaca. Então, a equação anterior toma a forma:

$$EI_z d^4 y / dx^4 = -K_h \cdot y \quad (6)$$

A solução desta equação diferencial é:

$$y = e^{\beta x} (C_1 \cos. \beta x + C_2 \sin. \beta x) + e^{-\beta x} (C_3 \cos. \beta x + C_4 \sin. \beta x), \text{ onde}$$

$$\beta = \sqrt[4]{\frac{K_h}{4 EI_z}} \quad (7)$$

Porém, é razoável supor que  $\lim_{x \rightarrow \infty} y = 0$ .

Logo,

$$C_1 = 0; C_2 = 0.$$

$$Y = e^{-\beta x} (C_3 \cos. \beta x + C_4 \sin. \beta x) \quad (8)$$

Aplicando as propriedades de resistência dos materiais e analisando a seção de contato entre a estaca e o bloco ( $x = 0$ ) podemos escrever:

$$Y_{x=0} = Y_0 = C_3 \quad (9)$$

$$\frac{dy}{dx} \Big|_{x=0} = \theta_0 = \beta(-C_3 + C_4) \quad (10)$$

$$-EI \frac{d^2 y}{dx^2} \Big|_{x=0} = M_0 = 2\beta^2 EI(C_4) \quad (11)$$

$$-EI \frac{d^3 y}{dx^3} \Big|_{x=0} = Q_0 = 2\beta^3 EI(-C_3 - C_4) \quad (12)$$

A determinação dos coeficientes  $C_3$  e  $C_4$  dependem das condições de contorno na extremidade da estaca.

A título informativo calcularemos apenas dois elementos da matriz de rigidez. Por exemplo, para um deslocamento unitário na direção 2, temos:

$$Y_0 = 1 \Rightarrow C_3 = 1 \quad S_{62} = 2\beta^2 EI_z \quad (13)$$

$$\theta_0 = 0 \Rightarrow C_4 = 1 \quad S_{22} = 4\beta^2 EI_z \quad (14)$$

A matriz de rigidez e o significado de cada elemento da matriz estão indicados nas Figs. 15 e 16.

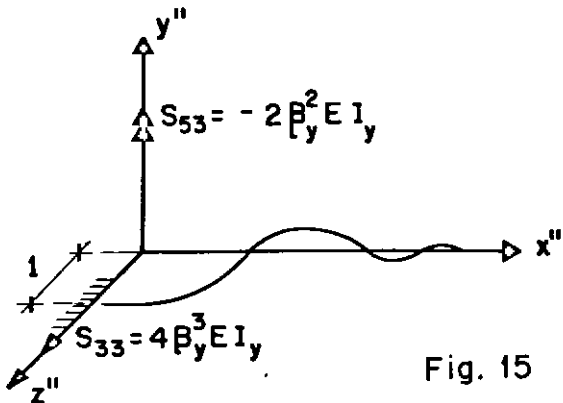
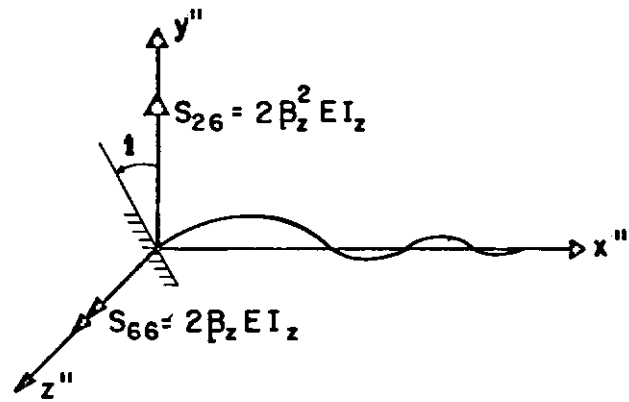
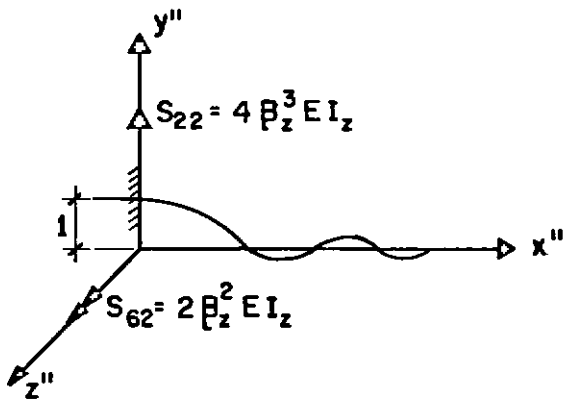
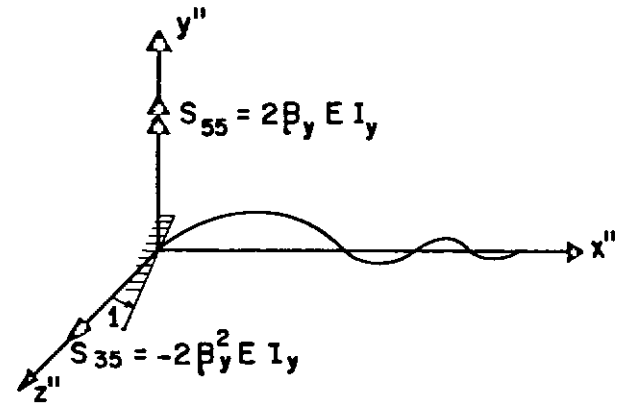


Fig. 15



### III.5.6 - Estacas Rotuladas no Bloco e Engastadas Elasticamente no Solo

Utilizando-se o mesmo raciocínio do caso anterior podemos facilmente obter a matriz de rigidez da estaca. Repetindo o exemplo para um deslocamento unitário na direção 2, temos:

$$\begin{aligned} Y_o &= 1 \rightarrow C_3 = 1 \\ M_o &= 0 \rightarrow C_4 = 0 \end{aligned} \quad S_{22} = 2\beta^3 EI_z \quad (15)$$

Neste caso a matriz de rigidez será:

$$[S'']_{i,j} = \begin{bmatrix} EA_x/L & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2\beta_z^3 EI_z & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2\beta_y^3 EI_y & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

FIG. 17 - MATRIZ DE RIGIDEZ DE ESTACA ROTULADA NO BLOCO E ENGASTADA ELASTICAMENTE NO SOLO.

### III.6 - Esforços no Topo de Cada Estaca

Seja  $\begin{bmatrix} F'' \end{bmatrix}_i$  uma matriz coluna formada pelas forças e momentos resultantes no topo de uma estaca (i), nas direções de seus eixos principais, ou seja, uma matriz referida ao sistema de eixos locais.

Seja  $\begin{bmatrix} D'' \end{bmatrix}_i$  uma matriz coluna formada pelos deslocamentos e rotações que sofrem o topo da estaca (i), nas direções de seus eixos principais, em função do carregamento atuante no bloco. Deste modo, temos:

$$\begin{bmatrix} F'' \end{bmatrix}_i = \begin{bmatrix} S'' \end{bmatrix}_i \begin{bmatrix} D'' \end{bmatrix}_i \quad (16), \text{ onde}$$

$S''$  é a matriz de rigidez da estaca i, obtida conforme o item III.5

Portanto, se conhecermos os deslocamentos e rotações do topo da estaca, podemos calcular os esforços atuantes no topo da estaca pela expressão (16).

Seja  $\begin{bmatrix} R \end{bmatrix}$  a matriz que transforma esforços e deformações medidos no sistema  $(X', Y', Z')$ , paralelo ao sistema global e com a origem coincidente com a origem do sistema local, em esforços e deformações medidas no sistema local de coordenadas  $(X'', Y'', Z'')$ . Esta matriz nada mais é do que uma matriz de rotação. Podemos escrever que:

$$\begin{bmatrix} R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F'' \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$\begin{bmatrix} R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D'' \end{bmatrix} \quad (18)$$

ou ainda que:

$$\begin{bmatrix} F' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} F'' \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$\begin{bmatrix} D' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} D'' \end{bmatrix} \quad (20)$$

Das expressões (16) e (19), tem-se:

$$\begin{bmatrix} F' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S'' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D'' \end{bmatrix} \quad (20A)$$

Das expressões (18) e (20), tem-se:

$$\begin{bmatrix} F' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} S'' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D' \end{bmatrix} \quad (21)$$

Se chamarmos de  $\begin{bmatrix} S' \end{bmatrix}$  a matriz de rigidez da estaca referida ao sistema paralelo ao global ( $X'$ ,  $Y'$ ,  $Z'$ ), resulta:  $\begin{bmatrix} S' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} S'' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R \end{bmatrix} \quad (22)$

Deste modo, precisamos determinar a matriz da rotação  $\begin{bmatrix} R \end{bmatrix}$  para conhecermos  $\begin{bmatrix} S' \end{bmatrix}$ , uma vez que já analisamos a matriz  $\begin{bmatrix} S'' \end{bmatrix}$ .

Da Fig. 1 podemos observar que os giros sucessivos dos eixos são dados pelos ângulos,  $\phi$ ,  $\Theta$ ,  $\gamma$ , portanto:

$$\begin{bmatrix} R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R\Theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R\gamma \end{bmatrix} \quad (23)$$

Sejam  $C_x$ ,  $C_y$ ,  $C_z$ , os cossenos diretores da estaca considerada referidos ao sistema de eixos  $X'$ ,  $Y'$ ,  $Z'$

Sejam  $X_1$ ,  $Y_1$ ,  $Z_1$ , as coordenadas no topo da estaca considerada e  $X_2$ ,  $Y_2$ ,  $Z_2$  as coordenadas da ponta então:

$$C_x = \frac{X_2 - X_1}{L} \quad (24)$$

$$C_y = \frac{Y_2 - Y_1}{L} \quad (25)$$

$$C_z = \frac{Z_2 - Z_1}{L} \quad (26)$$

Onde  $L$  é o comprimento da estaca

Logo a matriz de rotação R será dada por:

- Estaca Vertical -

$$[R]_i = \begin{bmatrix} 0 & Cy & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -Cy \cos \gamma & 0 & \sin \gamma & 0 & 0 & 0 \\ Cy \sin \gamma & 0 & \cos \gamma & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Cy & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -Cy \cos \gamma & 0 & \sin \gamma \\ 0 & 0 & 0 & Cy \sin \gamma & 0 & \cos \gamma \end{bmatrix}$$

- Estaca Inclínada -

$$[R]_i = \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} & 0 & 0 & 0 \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} & 0 & 0 & 0 \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_{11} & R_{12} & R_{13} \\ 0 & 0 & 0 & R_{21} & R_{22} & R_{23} \\ 0 & 0 & 0 & R_{31} & R_{32} & R_{33} \end{bmatrix}$$

Onde:

$$R_{11} = C_x \quad (27)$$

$$R_{12} = C_y \quad (28)$$

$$R_{13} = C_z \quad (29)$$

$$R_{21} = \frac{-C_x C_y \cos \gamma - C_z \operatorname{sen} \gamma}{\sqrt{C_x^2 + C_z^2}} \quad (30)$$

$$R_{22} = \cos \gamma \sqrt{C_x^2 + C_z^2} \quad (31)$$

$$R_{23} = \frac{-C_y C_z \cos \gamma + C_x \operatorname{sen} \gamma}{\sqrt{C_x^2 + C_z^2}} \quad (32)$$

$$R_{31} = \frac{C_x C_y \operatorname{sen} \gamma - C_z \cos \gamma}{\sqrt{C_x^2 + C_z^2}} \quad (33)$$

$$R_{32} = \operatorname{sen} \gamma \sqrt{C_x^2 + C_z^2} \quad (34)$$

$$R_{33} = \frac{C_y C_z \operatorname{sen} \gamma + C_x \cos \gamma}{\sqrt{C_x^2 + C_z^2}} \quad (35)$$



Como a matriz  $[R]$  é ortogonal, sabemos da álgebra matricial que a matriz inversa  $[R]^{-1}$  é igual a matriz transposta  $[R]^T$ .

Portanto, a expressão (22), pode ser reescrita da forma:

$$[S'] = [R]^T [S''] [R] \quad (36)$$

Como os esforços externos atuantes no bloco são normalmente referidos ao sistema global de referência, definiremos a matriz  $[T]$  de translação que transforma esforços referidos aos eixos (X, Y, Z) em esforços referidos aos eixos (X', Y', Z').

Logo:

$$[T] [F] = [F'] \quad (37) \quad \text{ou,}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Z_1 & -Y_1 & 1 & 0 & 0 \\ -Z_1 & 0 & X_1 & 0 & 1 & 0 \\ Y_1 & X_1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \\ M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_x' \\ F_y' \\ F_z' \\ M_x' \\ M_y' \\ M_z' \end{bmatrix}$$

De modo análogo, definiremos uma matriz  $[V]$  que transforme as deformações (deslocamentos e rotações) referidos aos eixos (X, Y, Z) em deformações referidas aos eixos (X', Y', Z').

Logo:

$$[V] [D] = [D'] \quad (38) \quad \text{ou,}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & z_1 & -y_1 \\ 0 & 1 & 0 & -z_1 & 0 & x_1 \\ 0 & 0 & 1 & y_1 & -x_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_x \\ D_y \\ D_z \\ W_x \\ W_y \\ W_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_x' \\ D_y' \\ D_z' \\ W_x' \\ W_y' \\ W_z' \end{bmatrix}$$

Substituindo os termos da expressão (21) temos encontrado nas expressões (37) e (38), vem:

$$\begin{bmatrix} T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} S'' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D \end{bmatrix} \quad (39)$$

Donde:

$$\begin{bmatrix} F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} R \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} S'' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D \end{bmatrix} \quad (40)$$

$$\begin{bmatrix} F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} RT \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} S'' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D \end{bmatrix} \quad (41)$$

Deste modo concluímos que a matriz de rigidez  $\begin{bmatrix} S \end{bmatrix}_i$  da estaca referida ao sistema global será:

$$\begin{bmatrix} S \end{bmatrix}_i = \begin{bmatrix} RT \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} S'' \end{bmatrix}_i \begin{bmatrix} R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V \end{bmatrix} \quad (42)$$

Como o trabalho realizado em qualquer sistema de coordenadas deve ser o mesmo

$$\begin{bmatrix} F' \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} D' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} D \end{bmatrix} \quad (43)$$

Substituindo (37) e (38) em (43), vem:

$$\begin{bmatrix} T \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} F \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} V \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} D \end{bmatrix} \quad (44)$$

Portanto,  $\begin{bmatrix} T \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} V \end{bmatrix} =$  matriz identidade.

Logo:

$$\begin{bmatrix} T^T \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} V \end{bmatrix} \quad (45) \quad \text{ou}$$

$$\begin{bmatrix} T^{-1} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} V \end{bmatrix} \quad (46) \quad \text{ou}$$

$$\begin{bmatrix} T \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} V \end{bmatrix}^T \quad (47)$$

Substituindo na expressão (42) e sabendo-se que  $\begin{bmatrix} R \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} R \end{bmatrix}^T$ , tem-se:

$$\begin{bmatrix} S \end{bmatrix}_i = \begin{bmatrix} RV \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} S'' \end{bmatrix}_i \begin{bmatrix} R.V. \end{bmatrix} \quad (48)$$

Deste modo, os esforços no topo de cada estaca, referidos ao sistema de eixos global, serão dados pela expressão:

$$\begin{bmatrix} F \end{bmatrix}_i = \begin{bmatrix} S \end{bmatrix}_i \begin{bmatrix} D \end{bmatrix}_i \quad (49)$$

### III.6.1 - Deslocamentos e Rotações Finais do Bloco-Matriz de Rigidez da Estrutura.

Seja  $\begin{bmatrix} A \end{bmatrix}$  uma matriz coluna das forças e momentos externos atuantes no bloco referidos ao sistema global de coordenadas. Sendo  $n$  o nº de estacas, de acordo com as condições de equilíbrio, temos:

$$\begin{bmatrix} A \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^n \begin{bmatrix} F \end{bmatrix}_i \quad (50)$$

Da expressão (49), podemos escrever:

$$\begin{bmatrix} A \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^n \begin{bmatrix} S \end{bmatrix}_i \begin{bmatrix} D \end{bmatrix}_i \quad (51)$$

Como estamos supondo que o bloco é rígido, os deslocamentos e rotações das estacas referidos à origem do sistema de eixos global serão iguais aos deslocamentos e rotações finais do bloco.

Logo,

$$\begin{bmatrix} A \end{bmatrix} = \left( \sum_{i=1}^n \begin{bmatrix} S \end{bmatrix}_i \right) \begin{bmatrix} D \end{bmatrix} \quad (52)$$

Chamando de S a matriz de rigidez da estrutura (bloco + estaca), tem-se que:

$$\begin{bmatrix} S \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^n \begin{bmatrix} S \end{bmatrix}_i \quad (53)$$

Portanto, os deslocamentos e rotações finais do bloco (referidos ao sistema global) serão dados por

$$D = \begin{bmatrix} S \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} A \end{bmatrix} \quad (54)$$

### III.6.2 - Forças e momentos finais no topo de Cada Estaca Referidos aos Eixos Locais.

Das expressões (18) e (38), podemos escrever que:

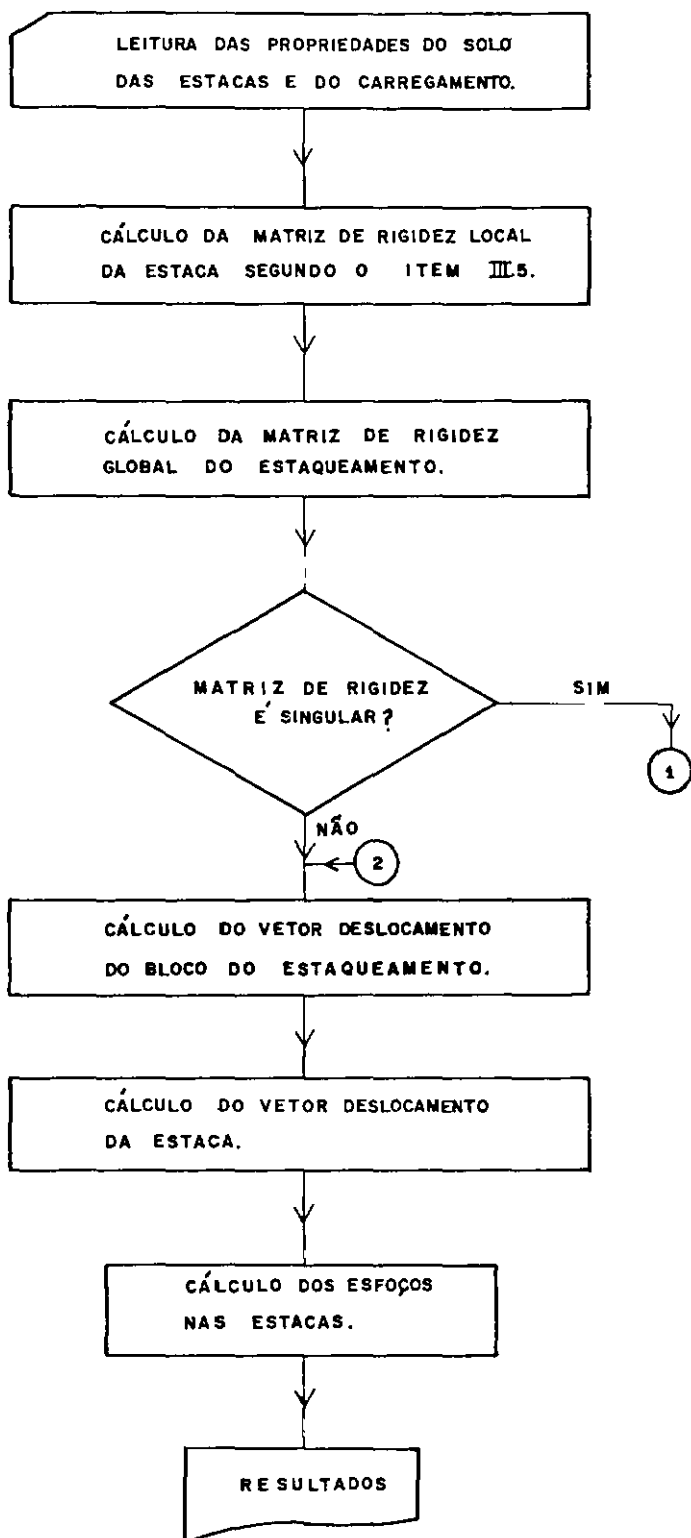
$$\begin{bmatrix} D'' \end{bmatrix}_i = \begin{bmatrix} R \end{bmatrix}_i \begin{bmatrix} V \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D \end{bmatrix} \quad (55)$$

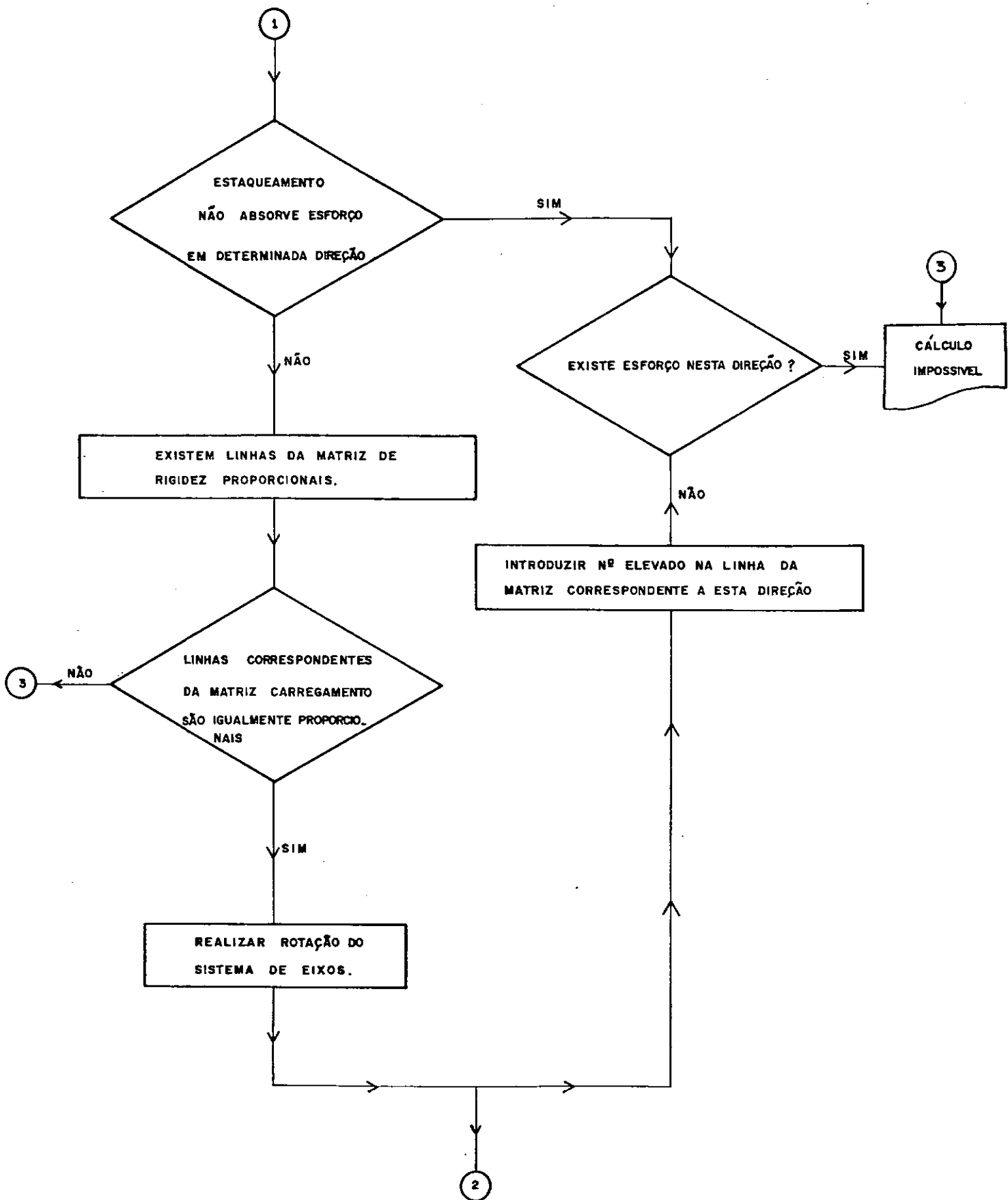
Portanto, as forças e momentos finais no topo de cada estaca referidos aos eixos locais, podem ser ob

tidos pela expressão (16), isto é:

$$\begin{bmatrix} F'' \end{bmatrix}_i = \begin{bmatrix} S'' \end{bmatrix}_i \quad \begin{bmatrix} D'' \end{bmatrix}_i$$

Assim sendo, podemos esquematizar o fluxograma geral para o cálculo elástico de estaqueamento, de acordo com o exposto acima:

FLUXOGRAMA 1



### III.7 - Exemplo nº 1 - Cálculo Elástico

Este exemplo foi retirado da bibliografia 8.

Trata-se do cálculo de um estaqueamento constituído por 8 estacas de concreto armado (Fig. 18), com inclinação de  $12^\circ$ .

Para análise deste estaqueamento faremos três hipóteses de funcionamento estrutural:

hipótese 1 - Estacas rotuladas no bloco e no solo

hipótese 2 - Estacas engastadas no bloco e rotuladas no solo.

hipótese 3 - Estacas engastadas no bloco e engastadas elasticamente no solo.

O vetor carregamento considerado foi o seguinte:

$$F_x = 450\text{tf}; F_y = -15\text{tf}; F_z = 48\text{tf}$$

$$M_x = 7\text{tfm}; M_y = -63\text{tfm}; M_z = 42\text{tfm}.$$

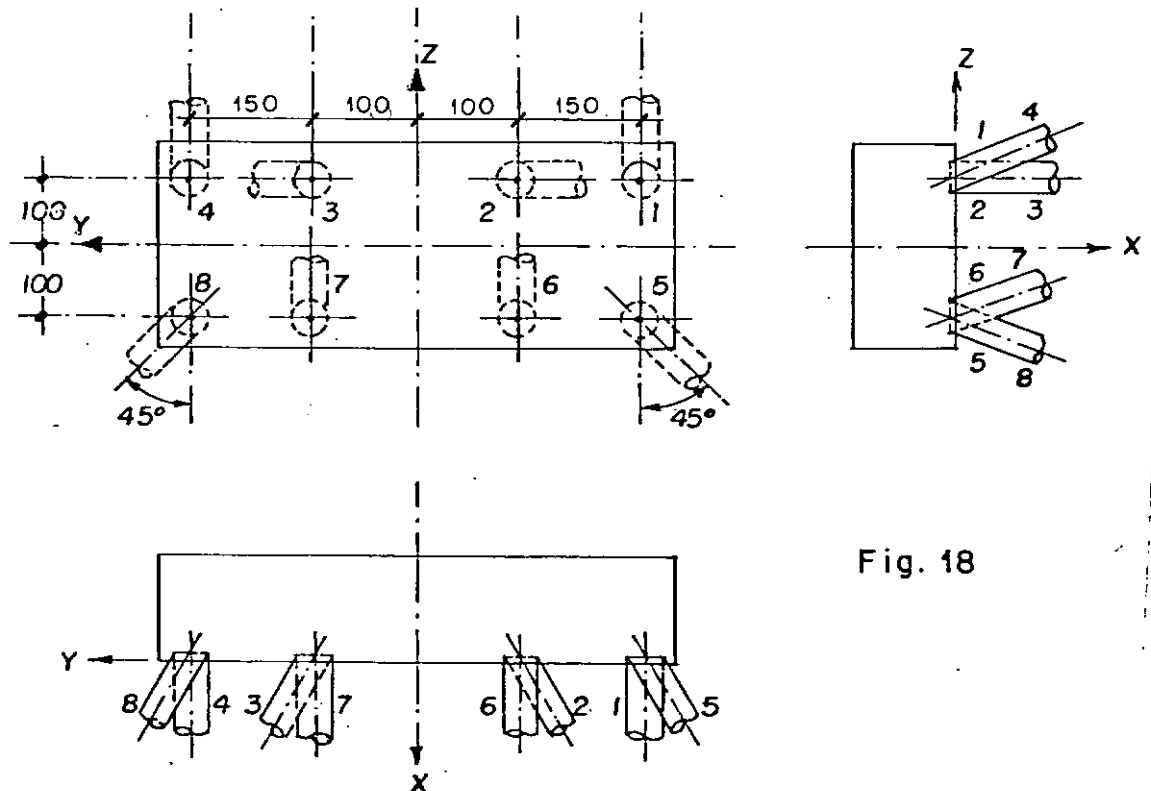


Fig. 18



## ANALISE ELASTICA 42

## TESE DE MESTRADO - DAC

## ANALISE ELASTICA

## DADOS DAS ESTACAS

ESTACA	X	Y	Z	ALFA	BETA	GAMA	IX	IY	IZ	L
1	0.0	-2.50	1.00	15.00	90.00	90.00	0.002	0.001	0.001	20.0
2	0.0	-1.00	1.00	15.00	180.00	180.00	0.002	0.001	0.001	20.0
3	0.0	1.00	1.00	15.00	0.00	0.00	0.002	0.001	0.001	20.0
4	0.0	2.50	1.00	15.00	90.00	90.00	0.002	0.001	0.001	20.0
5	0.0	-2.50	-1.00	15.00	-135.00	-135.00	0.002	0.001	0.001	20.0
6	0.0	-1.00	-1.00	15.00	90.00	90.00	0.002	0.001	0.001	20.0
7	0.0	1.00	-1.00	15.00	90.00	90.00	0.002	0.001	0.001	20.0
8	0.0	2.50	-1.00	15.00	-45.00	-45.00	0.002	0.001	0.001	20.0

HIP 1 - ESTACAS ROT NO BLOCO E ROT NO SOLO

## DADOS DAS CARGAS

N= 450.00    HY=- 15.00    HZ= 48.00    MX= 7.00    MY=- 63.00    MZ= 42.00

## RESULTADOS

DESLOCAMENTOS E ROTACOES DO BLOCO

DX= 0.004    DY=- 0.021    DZ= 0.003    RX=- 0.005    RY=- 0.000    RZ=- 0.000

ESF. NAS ESTACAS - SISTEMA LOCAL

ESTACA	FX	FY	FZ	MX	MY	MZ
1	60.04	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
2	80.60	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
3	7.70	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
4	51.96	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
5	45.69	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
6	78.12	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
7	74.89	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
8	66.83	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

# DADOS DAS CARGAS

N= 450.00      HY=- 15.00      HZ= 48.00      MX= 7.00      MY=- 63.00      MZ= 42.00

# RESULTADOS

DESLOCAMENTOS E ROTACOES DO BLOCO

DX= 0.004      DY=- 0.019      DZ= 0.003      RX=- 0.004      RY=- 0.000      RZ=- 0.000

ESF. NAS ESTACAS - SISTEMA LOCAL

ESTACA	FX	FY	FZ	MX	MY	MZ
1	59.78	0.02	0.01	0.00	-0.24	0.59
2	78.75	0.03	-0.04	0.00	0.93	0.71
3	10.56	-0.03	-0.01	0.00	0.21	-0.75
4	52.70	0.00	0.01	0.00	-0.24	0.11
5	48.18	0.01	-0.07	0.00	1.54	0.23
6	77.32	0.02	0.02	0.00	-0.42	0.44
7	74.48	0.01	0.02	0.00	-0.42	0.24
8	64.08	-0.04	-0.05	0.00	1.02	-0.80

H1P 3 - ESTACAS ENG NO BLOCO E ENG EL. NO SOLO KH=500T/M2

# DADOS DAS CARGAS

N= 450.00      HY=- 15.00      HZ= 48.00      MX= 7.00      MY=- 63.00      MZ= 42.00

# RESULTADOS

DESLOCAMENTOS E ROTACOES DO BLOCO

DX= 0.004      DY=- 0.001      DZ= 0.000      RX= 0.000      RY=- 0.000      RZ= 0.000

ESF. NAS ESTACAS - SISTEMA LOCAL

ESTACA	FX	FY	FZ	MX	MY	MZ
1	55.42	0.11	1.36	0.00	-1.38	0.76
2	56.13	0.16	-1.37	0.02	2.07	0.07
3	44.69	-2.37	1.57	-0.00	-2.33	-2.43
4	51.04	0.61	1.36	0.00	-1.38	1.30
5	67.96	-1.51	-1.75	0.01	2.22	-2.15
6	67.51	-0.03	1.21	0.00	-1.21	0.61
7	65.75	0.17	1.21	0.00	-1.21	0.83
8	55.66	-3.30	0.41	-0.00	-0.99	-3.90

O gráfico indicado na Fig. 19 permite visualizar a diferença dos valores de carga nas estacas para as diversas hipóteses. Torna-se claro que o efeito do solo, através do engastamento elástico da estaca, é o de redistribuir os deslocamentos do topo das estacas, dando ao estaqueamento um comportamento mais uniforme.

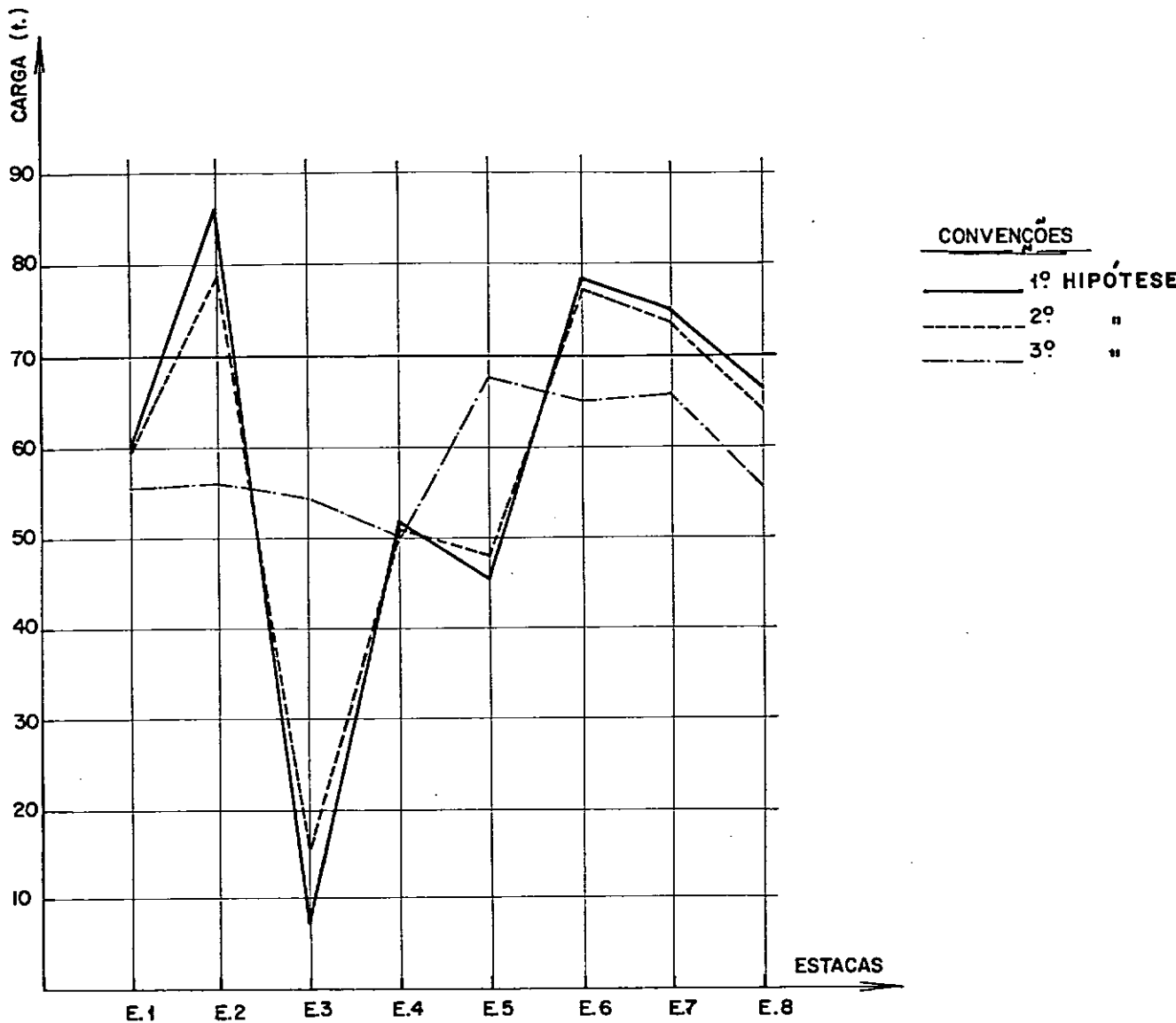


Fig. 19

A definição do fator de segurança do estaqueamento fica condicionada à hipótese de cálculo.

Por exemplo, suponhamos que a carga de rotura da estaca seja de 140 tf.

Segundo a 1a. hipótese, utilizada na maioria dos projetos, o fator de segurança seria (critério elástico).

$$F_e = \frac{140}{80,6} = 1,8$$

Segundo a 3a. hipótese, temos:

$$F_e = \frac{140}{68} = 2,1$$

Evidentemente, estamos considerando que a estaca está corretamente dimensionada, estruturalmente, para os momentos fletores de engastamento.

Assim sendo, o estaqueamento não seria aceito segundo a NB51/78, caso fosse adotado pelo projetista a hipótese 1. Porém, o mesmo estaqueamento, segundo a mesma NB51/78 seria perfeitamente aceito, caso fosse utilizada a hipótese 3.

### III.8 - Crítica ao Cálculo Elástico

Dentre as críticas que podemos fazer ao cálculo de esta  
queamento por método elástico, duas são de grande importância:

- a) A carga máxima em apenas uma estaca define a seguran  
ça de todo o estaqueamento.

De fato, na análise elástica, calcula-se a distribui  
ção de cargas nas estacas e compara-se a carga na es  
taca mais carregada com a combinação de carga mais  
desfavorável; com a carga limite da estaca. Se a car  
ga na estaca mais carregada for maior que a carga li  
mite, dividida por um fator de segurança adequado, de  
ve-se mudar o projeto, não importando se o estaquea  
mento possui uma ou cem estacas.

Este critério é totalmente antieconômico, pois, um es  
taqueamento é normalmente uma estrutura altamente hi  
perestática e, por conseguinte, pode redistribuir os  
esforços máximos nas estacas.

- b) O aumento de estacas pode levar a uma diminuição do  
fator de segurança do estaqueamento.

De fato, várias vezes temos estaqueamento nos quais  
a introdução de novas estacas leva à conclusão errô  
nea de que o fator de segurança diminuiu. Analisemos  
por exemplo, o estaqueamento que se segue:

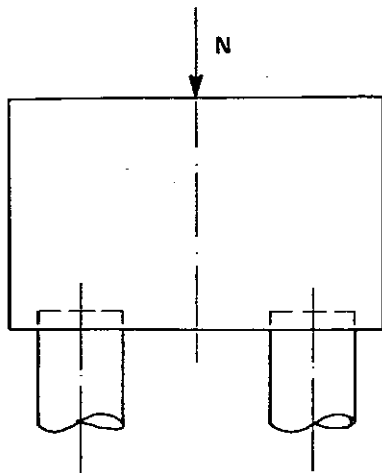
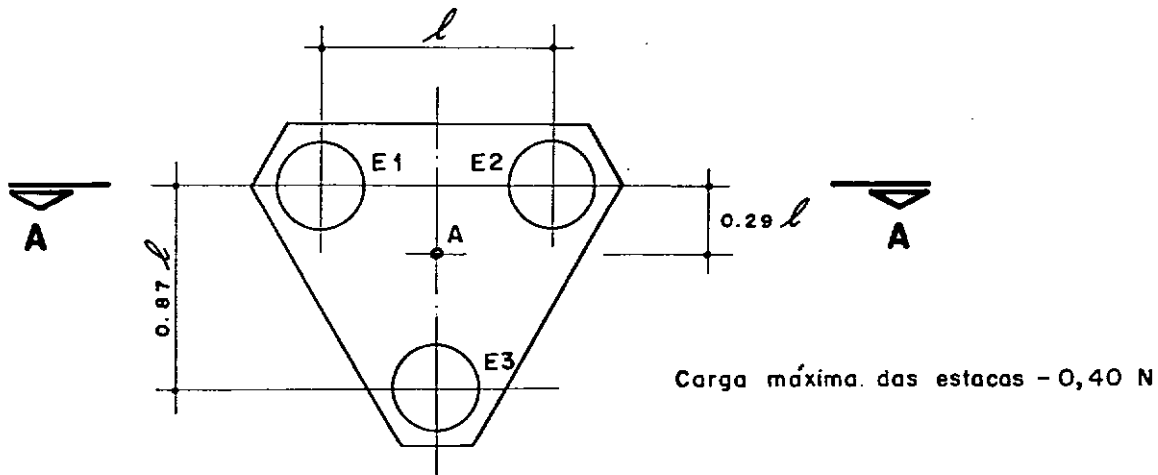


Fig. 20

A força  $N$  está aplicada no ponto  $A$ .

Adotando-se a hipótese de estacas bi-rotuladas

$$f_{1,2,3} = \frac{N}{3} = 0,33N$$

O fator de segurança do estaqueamento da Fig. 20 será

dado por: 
$$Fe = \frac{0,4N}{0,33N} = 1,2$$

Suponhamos agora que o projetista deseje aumentar o fator segurança e coloque mais uma estaca (Fig. 21)

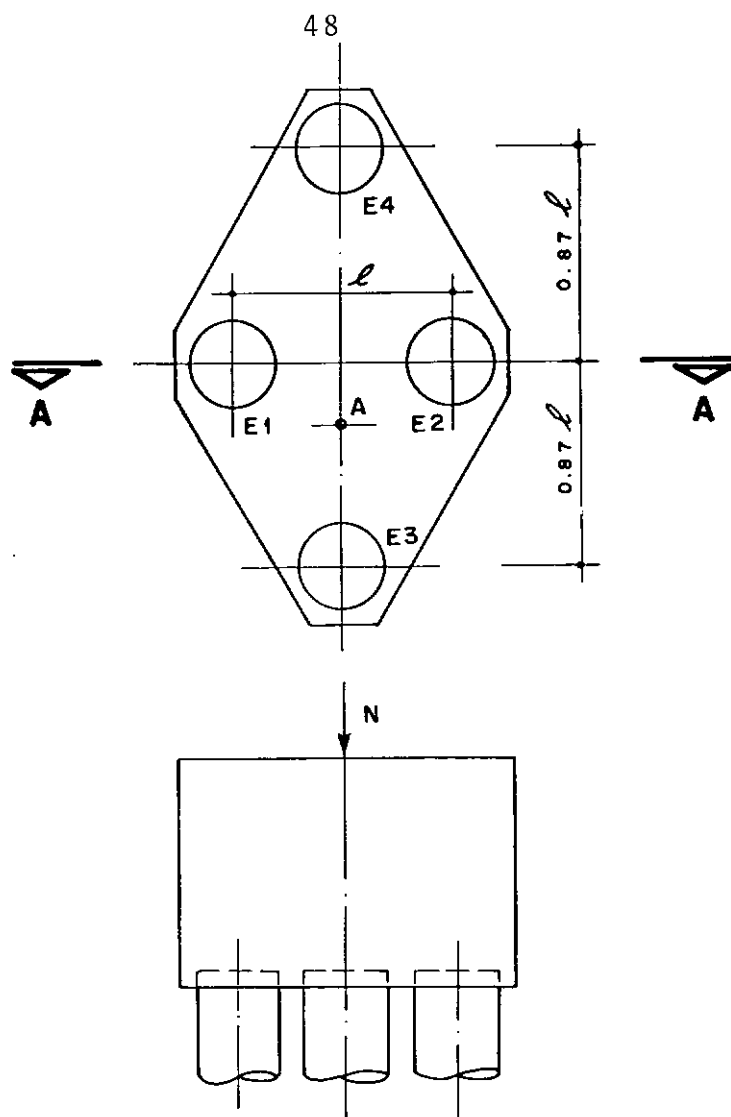


Fig. 21

A carga na estaca mais carregada será:

$$f_3 = \frac{N}{4} + \frac{N \times 0,291 \times 0,871}{2 \times (0,871)^2} = 0,42 N > 0,4N$$

O novo fator de segurança do estaqueamento será:

$$F_e = \frac{0,4N}{0,42N} = 0,95 < 1,0$$

Logo, a conclusão da análise elástica é a de que o projetista ao colocar mais uma estaca provocou a rotura do estaqueamento.

Pelo método da carga limite, os fatores de segurança serão:

Estaqueamento com três estacas (Fig. 20) -  $F_p = 1,2$

Estaqueamento com quatro estacas (Fig. 21) -  $F_p = 1,20$

Estes valores são bem mais coerentes do que os valores anteriores, pois, a introdução de mais uma estaca não deve diminuir a segurança do estaqueamento, uma vez que não temos esforços de tração nas estacas.



## C A P Í T U L O    I V

## MODOS DE ROTURA DE UMA ESTACA

Antes de estabelecermos as bases do cálculo a rotura de um estaqueamento, analisaremos os modos de rotura de uma estaca.

Ao contrário dos elementos da superestrutura (vigas, lajes, pilares etc.), a rotura de uma estaca pode ser reversível ou irreversível.

A rotura é reversível ou do primeiro gênero, quando cessado o carregamento que a levou à rotura, a estaca encontra-se em condições de receber novas cargas. O exemplo mais comum deste tipo de rotura é a própria cravação de uma estaca, onde cada golpe do martelo provoca a rotura do solo ao longo da estaca.

A rotura é irreversível ou do segundo gênero, quando cessa do o carregamento de rotura, a estaca não mais poderá receber carga. É o caso da rotura estrutural da estaca.

É importante ressaltar que no primeiro caso (rotura reversível), a estaca mantém a carga de rotura, enquanto que no segundo caso, a carga na estaca retorna instantaneamente a zero.

## IV.1 - Rotura da Estaca por Esforços Axiais.

## IV.1.1 - Rotura do Terreno

É do tipo mais comum de rotura. A Fig. 22 indica o diagrama carga x recalque usualmente encontra do.

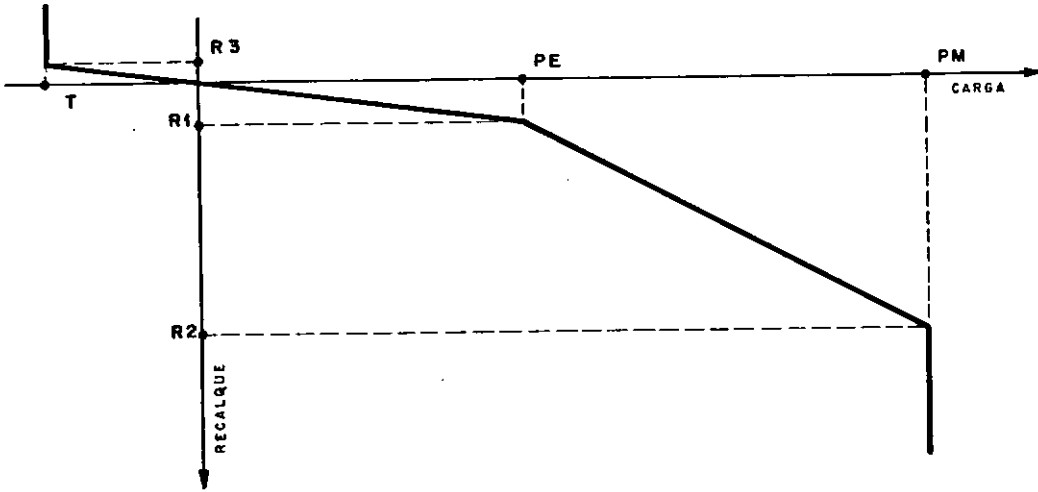


FIG. 22 - CURVA CARGA x RECÁLQUE ADOTADA.

T = carga de rotura da estaca a tração.

PE = carga a partir da qual a rigidez da estaca diminui. Esta carga normalmente é maior que a resistência de atrito lateral, uma vez que a resistência de ponta também é despertada no início do carregamento.

Este valor é de grande importância para o projeto de estacas escavadas.

PM = carga de rotura da estaca.

A rotura do terreno é geralmente reversível.

#### IV.1.2 - Rotura Estrutural da Estaca

A rotura estrutural é mais rara de ocorrer uma vez que as características mecânicas dos mate-

riais da estaca são bem mais conhecidas do que as do solo.

A rotura estrutural normalmente ocorre quando não se estudam com rigor as fases executivas de uma obra ou quando o estaqueamento já está concluído e por um motivo qualquer o vetor carregamento é alterado, seja em sua direção e sentido, seja no valor do módulo.

A estaca pode romper por tração pura ou compressão pura e, caso possa ocorrer flambagem, também podemos ter rotura por flexo-compressão. Evidentemente trata-se de uma rotura irreversível.

## IV.2 - Rotura da Estaca por Esforços Transversais.

Quando consideramos a influência do solo no cálculo do estaqueamento ou o engastamento das estacas no bloco, devemos analisar a rotura de estaca por esforços transversais. Neste caso temos também dois tipos de rotura.

### IV.2.1 - Rotura do Terreno

O comportamento do solo em relação à estaca carregada lateralmente, usualmente é representado por curvas p-y, que relacionam a resistência do solo com a deformação lateral da estaca para várias profundidades, segundo indicado na Fig. 23.

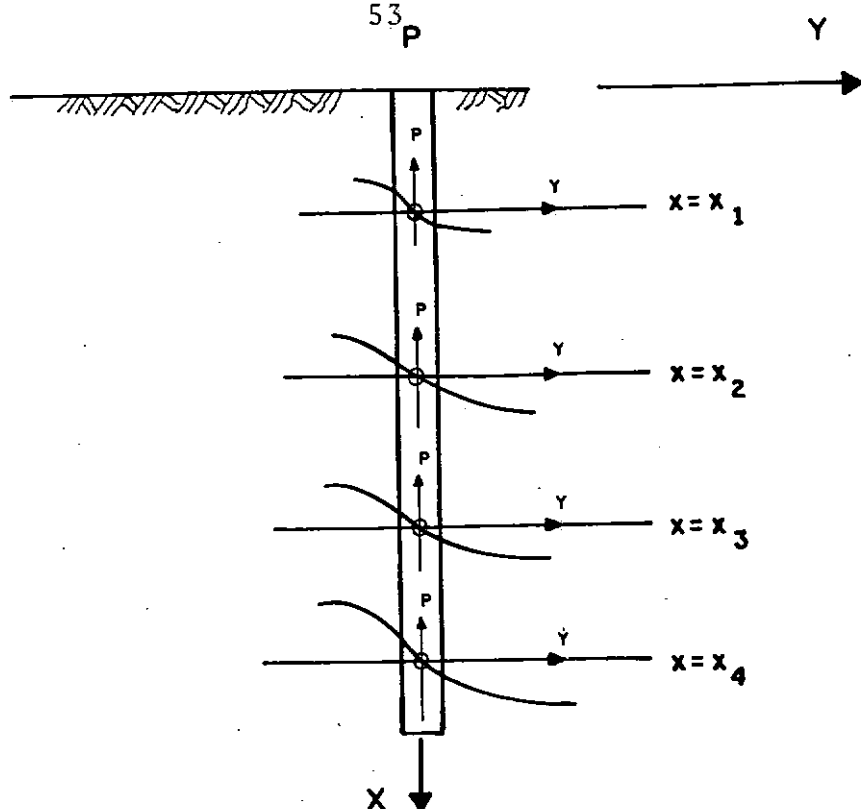


FIG. 23 - CURVAS "P-Y"

Em geral estas curvas são não-lineares e dependem de vários parâmetros, tais como: profundidade, resistência ao esforço cisalhante do solo e número de ciclos de carga.

O módulo da reação do solo é definido como

$$E_s = \frac{P}{Y} \quad (56)$$

$E_s$  pode variar arbitrariamente com a profundidade e a deformação lateral da estaca. No entanto, considera-se usualmente que varia linearmente com a profundidade, ou seja,

$$E_s = K \cdot x \quad (57)$$

As curvas p-y foram obtidas de testes experimentais utilizando-se estacas em escala real e pa-

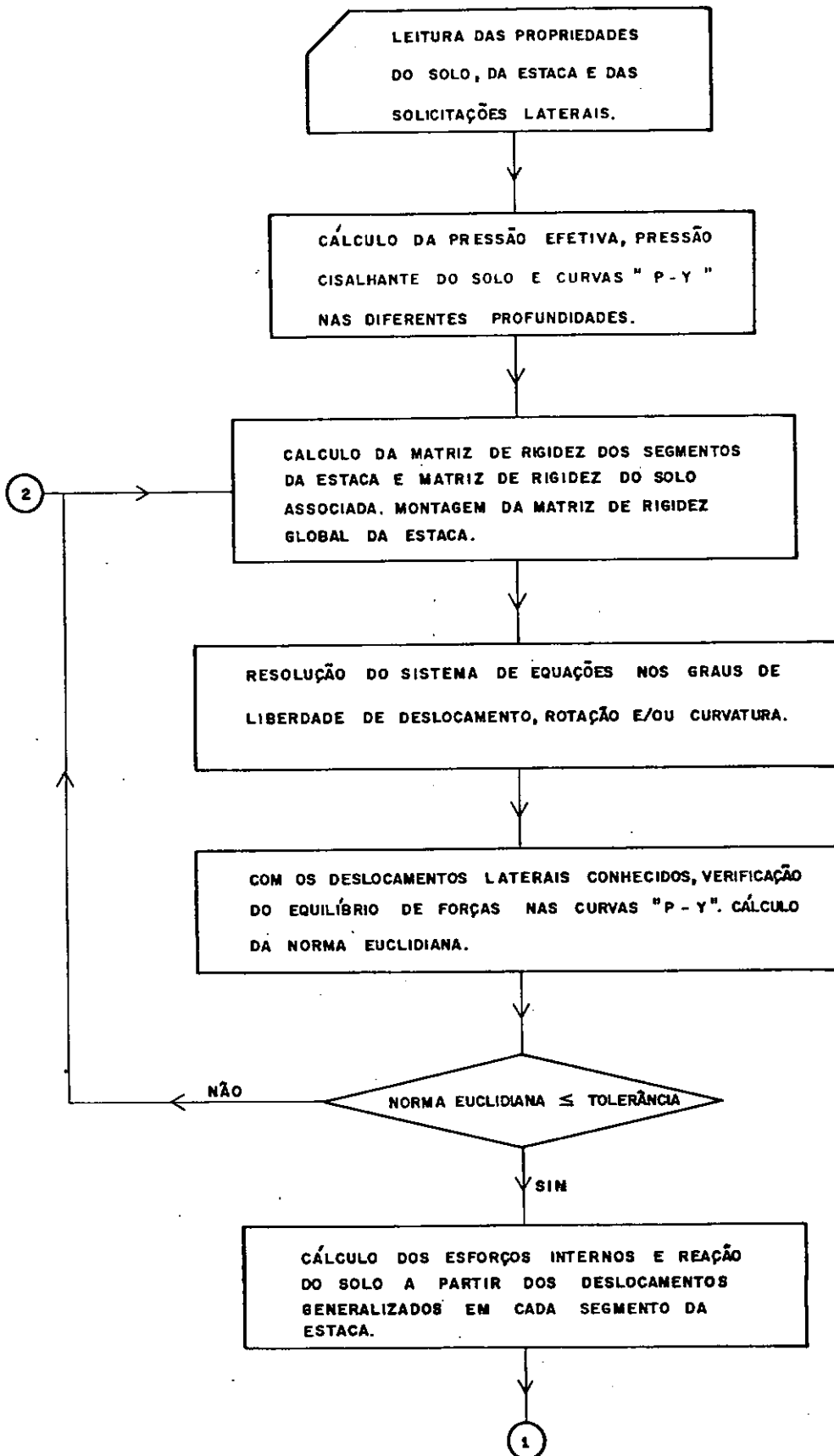
ra as seguintes condições:

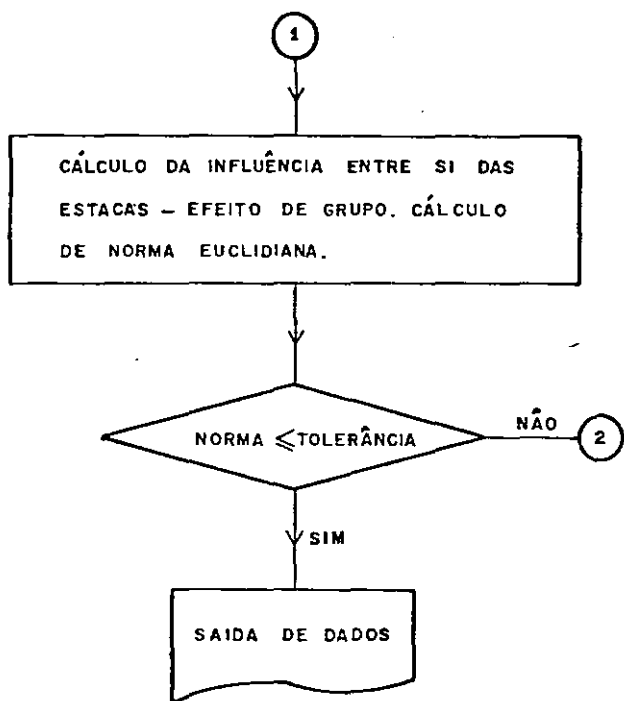
- a - Argilas moles e rijas submersas.
- b - Argilas rijas acima do nível freático.
- c - Areias submersas e acima do nível prático.

Deste modo, a análise do conjunto estaca x solo envolveria os seguintes passos indicados no fluxograma 2.

55  
FLUXOGRAMA 2

FLUXOGRAMA DE ANÁLISE DE ESFORÇOS LATERAIS EM ESTACAS.





Porém, se adotássemos este procedimento duplamente interativo em nosso estudo tornaríamos o processo praticamente inviável, pois, exigiria a utilização de computadores de grande porte, muito rápidos e, por conseguinte, extremamente dispendiosos.

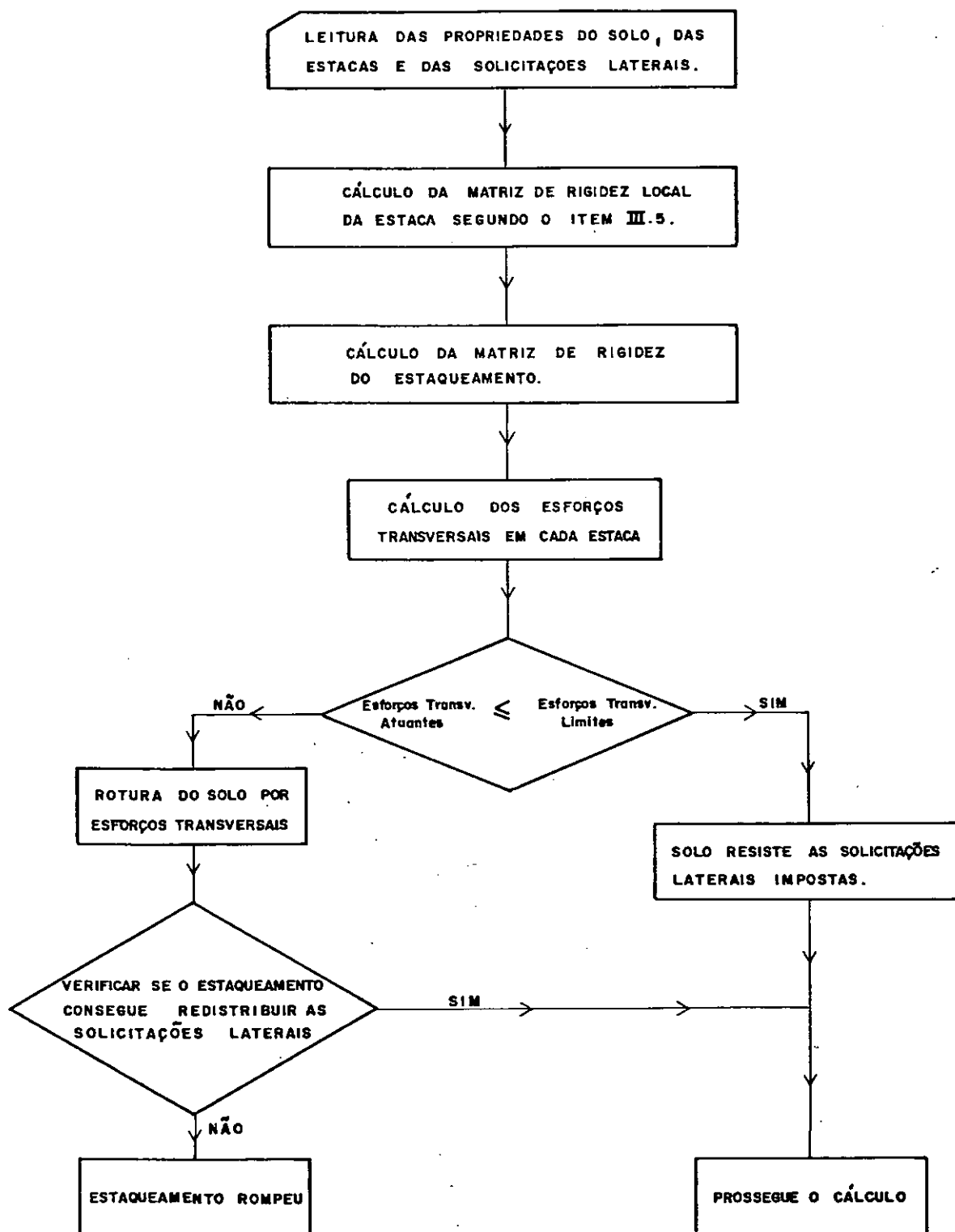
Além disso, as curvas "p-y" estão baseadas num número reduzido de ensaios e foram pouco testadas para cargas estáticas permanentes.

Deste modo, adotaremos o procedimento indicado no fluxograma 3 que fornece resultados aceitáveis para uma análise na rotura.



FLUXOGRAMA 3

FLUXOGRAMA ADOTADO PARA ANÁLISE DE ESFORÇOS LATERAIS EM ESTACAS.



#### IV.2.2 - Rotura Estrutural da Estaca.

A estaca pode romper por flexo-tração ou flexo-compressão e trata-se de uma rotura irreversível.

A análise estrutural da estaca já está bastante desenvolvida e conhecida, seja para estacas de madeira, concreto ou aço.

Este assunto é analisado em detalhe nas bibliografias 12,34,35,36,37,40 e 44.

## C A P Í T U L O    V

## FORMULAÇÃO E RESOLUÇÃO DO PROBLEMA DO CÁLCULO À ROTURA.

Quando os esforços exteriores aplicados e os deslocamentos da superestrutura são tais que a reação em uma dada estaca ultrapassa a capacidade de carga, a estaca continuará a ter os deslocamentos que lhe são impostos pela superestrutura, porém, a carga na estaca permanecerá constante e igual ao valor da capacidade de carga, desde que não ocorra a rotura estrutural.

Neste caso, a presença no estaqueamento de um grupo de estacas que ainda estão na fase elástica e que não são um mecanismo, limitam sensivelmente os deslocamentos nas estacas já plastificadas e absorvem quaisquer acréscimos de carregamento no estaqueamento.

O estaqueamento irá romper quando este grupo de estacas que ainda se encontra na fase elástica se transformar em um mecanismo para os esforços aplicados pela superestrutura, ou seja, a rotura fica caracterizada pela incompatibilidade da matriz de rigidez do estaqueamento em relação à matriz de carregamento.

Até recentemente a determinação da carga rotura era realizada segundo o incremento ao longo da própria direção do vetor de carregamento de serviço, significando que todas as componentes do vetor eram multiplicadas pela mesma constante.

Deste modo, a carga de rotura era obtida pela seguinte relação (Fig. 24)

$$\vec{E}_R = F_p \vec{E} \quad (58)$$

$\vec{E}_r$  = carregamento de rotura  
 $F_p$  = fator de segurança à rotura  
 $\vec{E}$  = carregamento de serviço

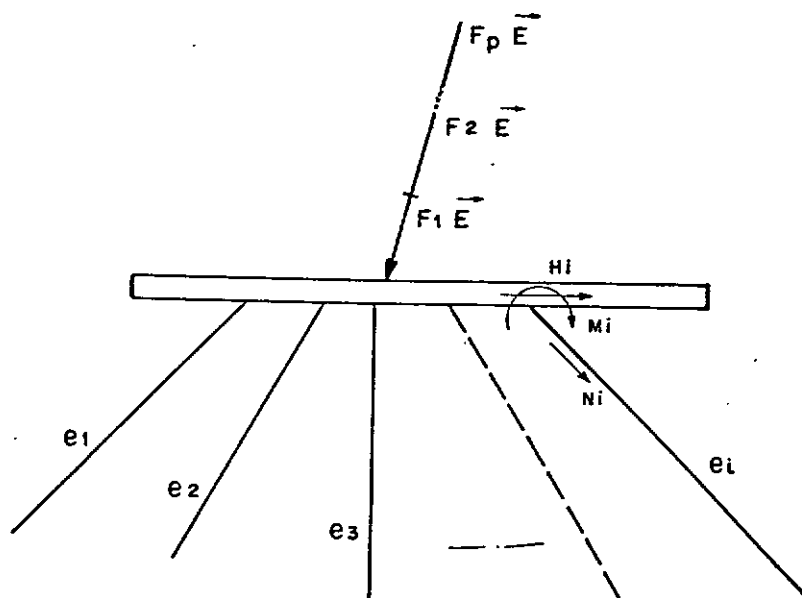


FIG. 24

Esta maneira de obter o carregamento de rotura restringia bastante a aplicabilidade do método, pois, as componentes do carregamento, segundo os eixos coordenados, geralmente sofrem acréscimos variáveis, como nos estaqueamentos dos pilares de pontes, nos quais as componentes horizontais da resultante sofrem variações diferentes da componente vertical. Assim, a direção do carregamento geralmente não permanece constante.

Através do Teorema da Unicidade da Rotura, desenvolvido por Vandepitte e válido para plastificações do primeiro gênero, conseguiu-se que o crescimento do carregamento fosse realizado independentemente da direção final da carga de rotura, porém, es-

ta direção continuava tendo que ser estabelecida *a priori*. (Fig. 25).

Segundo o Teorema da Unicidade da Rotura, se a plastificação das estacas é reversível, o carregamento de rotura de um estaqueamento sob ação de um carregamento de direção dada é único.

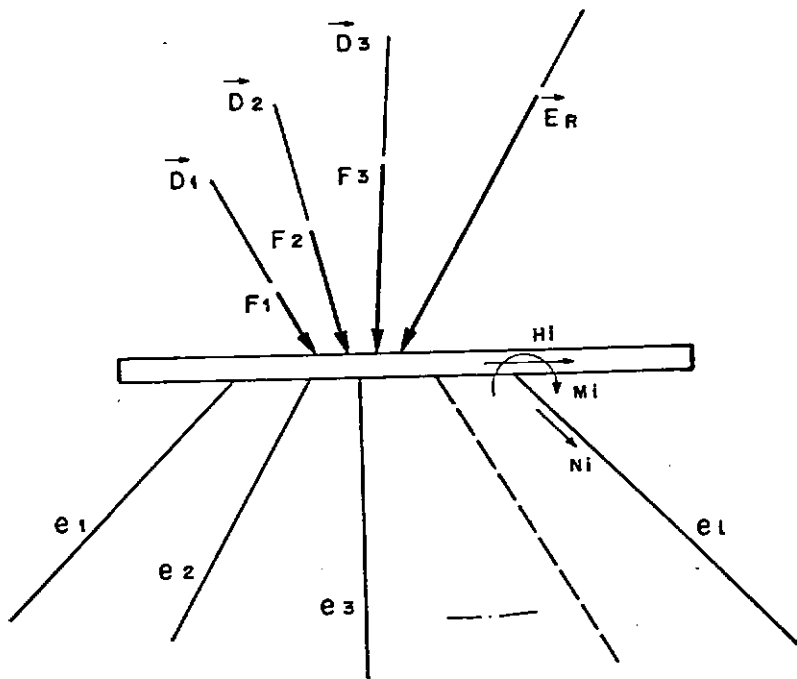


FIG. 25

Porém, como dissemos acima, para as aplicações práticas, é interessante considerar estados de rotura nos quais o suportado carregamento de rotura não é conhecido *a priori* e corresponde a crescimentos, independente dos esforços, seja em função de sua própria natureza, seja em função da introdução de esforços excepcionais.

Deste modo, devemos procurar analisar um estado de rotura  $(\vec{E}, \vec{e})$ , onde:

$\vec{E}$  corresponde a um estado de carregamento de serviço caracterizado pelas 6 componentes dos esforços exteriores em serviço.

$\vec{e}$  corresponde a uma base de crescimento de esforços, com a direção do modo de rotura que se pretende analisar e caracterizado pelas seis componentes de esforços exteriores suplementares que provocarão a rotura.

Logo, o estado de rotura associado a  $(\vec{E}, \vec{e})$ , corresponde a um sistema de esforços exteriores  $\vec{E} + \lambda \vec{e}$ , onde o parâmetro  $\lambda$  caracteriza a resistência do estaqueamento em função do modo de rotura que se pretende analisar (Fig. 26).

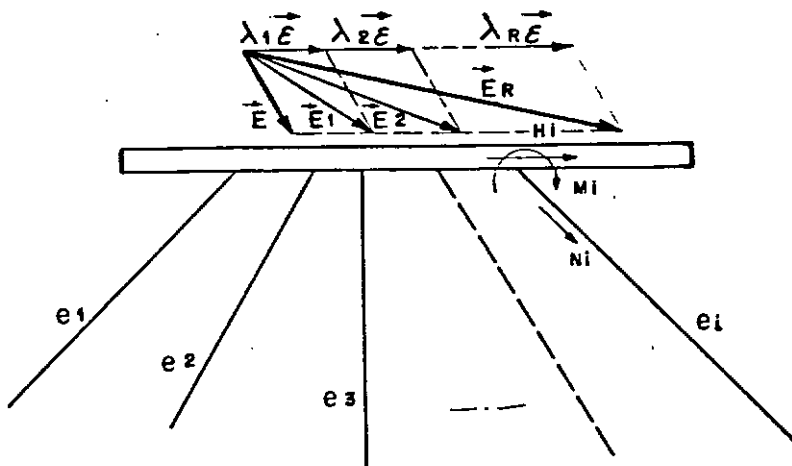


Fig. 26

Este procedimento pode ser adotado após os trabalhos de Demonsablon, que estendeu o teorema de Valdepitte para a análise de um estado de rotura  $(\vec{E}, \vec{\epsilon})$ , da seguinte forma:

**Teorema dos Estados Correspondentes de Demonsablon:**

"Sejam  $T_m$  e  $PM_m$  os limites de plastificação do primeiro gênero das estacas e  $f_m$  os esforços que lhes são impostos por um carregamento  $\vec{E}$ . O estado de rotura associado a  $(\vec{E}, \vec{\epsilon})$  irá coincidir com o estado de rotura associado a  $(\vec{O}, \vec{\epsilon})$  desde que os novos limites de plastificação das estacas sejam  $T_m - f_m$  e  $PM_m - f_m$ .

Do teorema de Demonsablon concluímos que para analisarmos o estado de rotura  $(\vec{E}, \vec{\epsilon})$  devemos primeiro carregar o estaqueamento com o vetor  $(\vec{E}, \vec{o})$ . Caso não ocorra plastificação reversível ou irreversível, podemos prosseguir em nossa análise. Caso ocorra, deverá ser escolhido um novo vetor  $\vec{E}$  que não produza plastificação em qualquer estaca.

Baseados nos teoremas acima, podemos desenvolver os seguintes métodos de análise limite de estaqueamentos:

- a) Método Iterativo
- b) Método dos estados finais

Embora estes métodos possam ser utilizados para quaisquer condições de apoio entre estaca-bloco e estaca-solo e, o nosso programa também aceite qualquer tipo de apoio, limitaremos nossa análise ao ca

so de estacas bi-rotuladas, a fim de facilitar a verificação dos nossos estudos, uma vez que esta área de pesquisa é relativamente nova e os poucos trabalhos publicados sobre o assunto referem-se apenas a estacas bi-rotuladas.

### V.1 - O Método Iterativo

O método iterativo consiste na simulação matemática do processo físico de rotura do grupo de estacas ou seja, a carga é aumentada paulatinamente, com cada estágio de carga correspondente, por exemplo, a uma fase executiva ou a uma etapa do processo de rotura que se deseje analisar.

As diversas etapas do carregamento de rotura serão determinadas pela expressão:

$$E_j = \vec{E} + \lambda_j \vec{e}, \quad 0 \leq \lambda_j \leq \lambda_R \quad (59)$$

A cada incremento do vetor carregamento devemos realizar o cálculo do estaqueamento para verificarmos se alguma estaca atingiu a plastificação e se esta plastificação é reversível ou irreversível.

Como as cargas nas estacas poderão ser elevadas, devemos utilizar um diagrama carga x deslocamento do tipo indicado na Figura 22.

Quando a carga na estaca é inferior a PE, a componente  $S''(1,1)$  da matriz de rigidez da estaca é obtida da forma usual da maioria dos programas de cálculo de estaqueamento, ou seja,

$$S''(1,1) = \frac{PE}{RZ} \quad (60)$$



Porém, quando a carga ultrapassar a PE, o valor de  $S''(I,1)$  diminui e o cálculo da rigidez longitudinal da estaca torna-se mais complexo.

Para este cálculo, em nosso programa, usaremos o método iterativo com o seguinte procedimento:

Com a rigidez inicialmente calculada obtemos valores para a carga e o recalque na estaca ( $P_1$  e  $r_1$ ). Com este valor de  $r_1$ , calculamos o valor da carga correspondente na curva carga x recalque ( $PR_1$ ). Caso a diferença entre  $PR_1$  e  $P_1$  seja menor do que a tolerância exigida, o valor de  $P_1$  será considerado satisfatório e a rigidez não será modificada. Caso contrário será adotada uma nova rigidez igual a  $PR_1/r_1$ , e o cálculo reiniciado. O processo se repete até que tenhamos  $PR_N - P_N < \text{Tolerância}$ . A rigidez final será  $PR_N/r_n$  (Fig. 27).

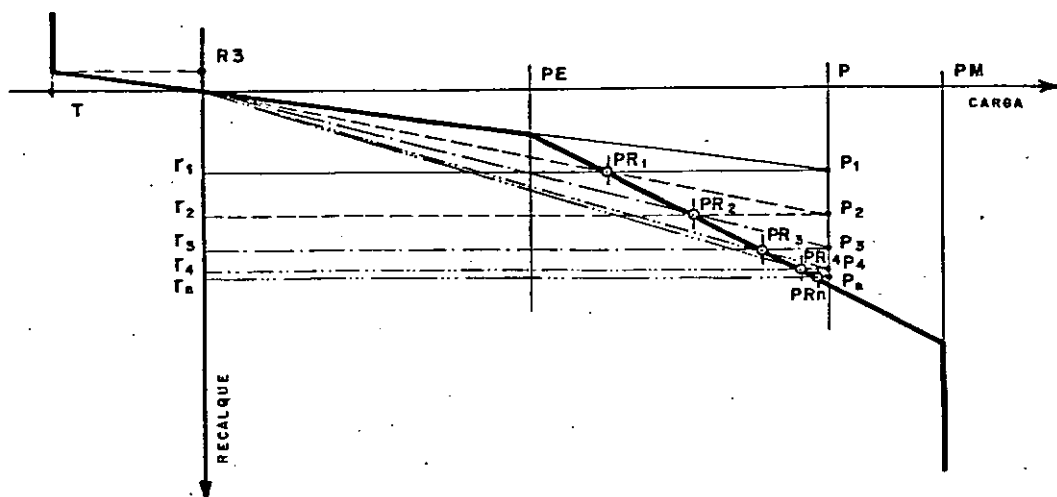


FIG. 27

Quando ocorre a plastificação em uma dada estaca, devemos verificar se esta plastificação é reversível ou irreversível.

Caso seja reversível, a carga na estaca deixa de ser uma incôgnita e passa a ser considerada como uma carga externa que está sendo aplicada no estaqueamento, ou seja, a matriz de rigidez da estaca é retirada da matriz de rigidez da estrutura e a carga da estaca é subtraída da matriz carregamento.

$$[S] = [S] - [S]_i \quad (61)$$

$$[E]_j = [E]_j - [F]_i \quad (62)$$

$$[F]_i = [RV]_i^T [F'']_i \quad (63), \quad \text{onde}$$

$[S]$  = matriz de rigidez da estrutura referida ao sistema global.

$[S]_i$  = matriz de rigidez da estaca plastificada referida ao sistema global.

$[E]_j$  = vetor carregamento na etapa j. Ver expressão 59.

$[F]$  = vetor formado pelas forças e momentos resultantes no topo da estaca i, referido ao sistema local.

$[F'']$  = vetor formado pelas forças e momentos resultantes no topo da estaca i, referido ao sistema local.

Após estas modificações o cálculo deverá ser reiniciado e obtida uma nova distribuição dos esforços nas estacas.

Caso a plastificação seja irreversível (rotura estrutural) a matriz de rigidez da estaca é retirada da matriz de rigidez da

estrutura sem que ocorra qualquer modificação na matriz de carregamento.

Verifica-se então se a nova redistribuição de esforços causou a plastificação de novas estacas ou não.

Caso existam novas plastificações, devemos repetir o processo acima. Caso contrário podemos incrementar o carregamento e recomeçar a análise.

Repetiremos este procedimento até que o grupo de estacas que ainda não se plastificaram formem um mecanismo para o carregamento aplicado. Como a matriz de rigidez do estaqueamento é formada apenas pelas matrizes de rigidez destas estacas que ainda estão na fase elástica (ver eq.61), a matriz de rigidez do estaqueamento passa a ser incompatível com a matriz do carregamento, ficando deste modo caracterizada a rotura do estaqueamento.

Neste processo devemos ressaltar dois fatores:

- a - Durante a evolução do carregamento, algumas estacas plastificadas podem retornar a fase elástica. Neste caso temos:

$$[S] = [S] + [S]_i \quad (64)$$

$$[E_j] = [E_j] + [F]_i \quad (65)$$

- b - Com a plastificação das estacas a rigidez do estaqueamento vai diminuindo, segundo a expressão 61, ou seja, a deformabilidade do estaqueamento aumenta, obrigando o projetista a uma análise cuidadosa dos deslocamentos do bloco.

## V.2 - Método dos estados finais

O método dos estados finais é uma aplicação da Programação Linear para a determinação da carga de rotura do estaqueamento.

A Programação Linear é uma técnica de otimização largamente utilizada na resolução de problemas que tenham seus modelos representados por expressões lineares ou passíveis de serem linearizadas.

Uma vez obtido o modelo linear, constituído pela função objetiva (linear) e pelas restrições lineares, a programação linear se incumbe de achar a sua solução ótima.

Existem vários métodos para se obter a solução ótima, sendo que o mais indicado para o nosso tipo de problema é o método Simplex.

O método Simplex baseia-se em três teoremas fundamentais:

### Teorema I

O conjunto de todas as soluções compatíveis do modelo de programação linear é um conjunto convexo.

### Teorema II

Toda solução compatível do modelo linear é um ponto extremo do conjunto das soluções compatíveis, isto é, do conjunto convexo do Teorema I.

### Teorema III

a) Se a função objetiva possui um máximo (mínimo) finito, então pelo menos uma solução ótima é um pon

to extremo do conjunto convexo.

b) Se a função objetiva assume o máximo (mínimo) em mais de um ponto extremo, então ela toma o mesmo valor para qualquer combinação convexa desses pontos extremos.

A prova destes teoremas encontra-se na bibliografia.

O nosso objetivo é o de determinarmos a função objetiva e as restrições lineares, uma vez que já existem vários programas de computador desenvolvidos segundo o método Simplex.

Para podermos aplicar a Programação Linear ao nosso problema, devemos fazer as seguintes hipóteses simplificadoras:

- a - Todas as plastificações são reversíveis
- b - A rigidez da estaca permanece constante até a rotura.

Com estas hipóteses temos:

- a - Os esforços nas estacas,  $f_i$ , satisfazem às equações:

$$T_i \leq f_i \leq PM_i \quad (66)$$

- b - Os esforços nas estacas equilibram os esforços externos  $E_j = \vec{E} + \lambda_j \epsilon$

$$\sum Cx_i f_i = E_1 + \lambda_j \epsilon_1 \quad (67)$$

$$\sum Cy_i f_i = E_2 + \lambda_j \epsilon_2 \quad (68)$$

$$\sum Cz_i f_i = E_3 + \lambda_j \epsilon_3 \quad (69)$$

$$\sum (y_i Cz_i - z_i Cy_i) f_i = E_4 + \lambda_j \epsilon_4 \quad (70)$$

$$\sum (z_i Cx_i) f_i = E_5 + \lambda_j \epsilon_5 \quad (71)$$

$$\sum (-y_i Cx_i) f_i = E_6 + \lambda_j \epsilon_6 \quad (72)$$

Resumindo, temos:

$$\sum a_{ni} f_i = E_n + \lambda_j \epsilon_n, \quad 1 \leq n \leq 6 \quad (73)$$

Pelo menos em uma equação, um dos valores de  $\vec{E}_j$  será dife

rente de zero. Eliminando-se  $\lambda$  nesta equação, (eq. 73), temos:

$$\sum_i (a_{ik} - \frac{\epsilon_k}{\epsilon_n} a_{in}) f_i = E_k - \frac{\epsilon_k E_n}{\epsilon_n} \quad \forall k \neq n \quad (74)$$

com

$$\lambda_j = \frac{1}{\epsilon_n} \left[ \sum_i a_{in} f_i - E_n \right] \quad (75)$$

As equações (66) a (74) são as restrições lineares, enquanto que a equação (75) é a função objetiva.

Realmente, procuramos obter o máximo valor de  $\lambda$  para o qual o estaqueamento ainda não rompeu, ou seja, procuramos o máximo da expressão 75, no domínio de validade das expressões (66) a (74).

O exemplo simples indicado a seguir mostra como o método funciona.

### Exemplo 2

Obter o valor do carregamento de rotura do estaqueamento abaixo, sabendo-se que:

$\vec{E}$  = Carregamento de serviço (5tf; 0; 0; 0; 0; 0)

$\vec{\epsilon}$  = Base de incremento do carregamento (1tf; 0; 0; 0; 0; 1tfm)

T = Carga máxima à tração - 5tf

PM = Carga máxima à compressão: 10tf.

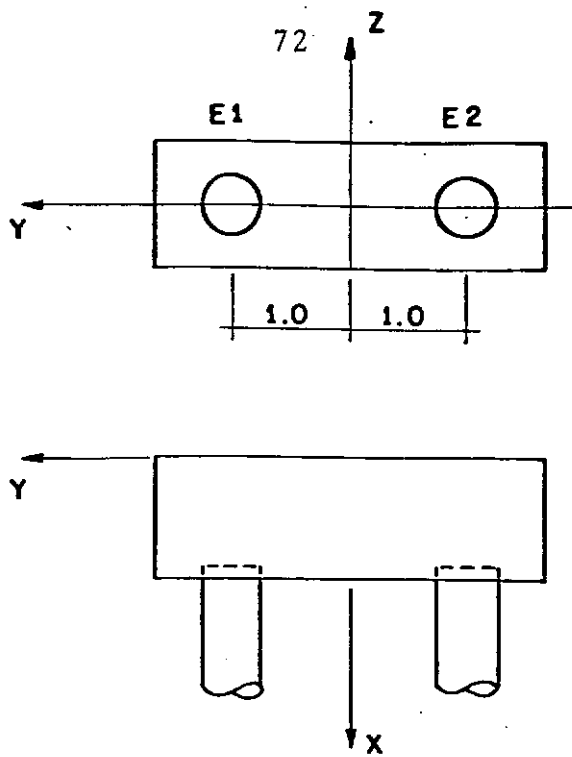


FIG. 28

Com estes dados podemos escrever:

$$- 5 \leq f_1 \leq 10 \quad (76)$$

$$- 5 \leq f_2 \leq 10 \quad (77)$$

$$f_1 + f_2 \leq 5 + \lambda.1 \quad (78)$$

$$f_2 - f_1 \leq 0 + \lambda.1 \quad (79)$$

A equação (79) permite obter a função objetiva.

$$f_2 - f_1 \leq \lambda \quad (80)$$

Substituindo esta equação na equação (79), podemos obter as restrições lineares:

$$- 5 \leq f_1 \leq 10 \quad (81)$$

$$- 5 \leq f_2 \leq 10 \quad (82)$$

$$f_1 \leq 2,5 \quad (83)$$

A representação gráfica destas restrições lineares estão indicadas na Fig. 29.

Notamos que o conjunto convexo do Teorema I é a reta A.B.

Segundo o Teorema II, a solução é um ponto extremo da reta AB, ou seja, ou o ponto A ou o ponto B. O Teorema III nos garante que a solução é única.

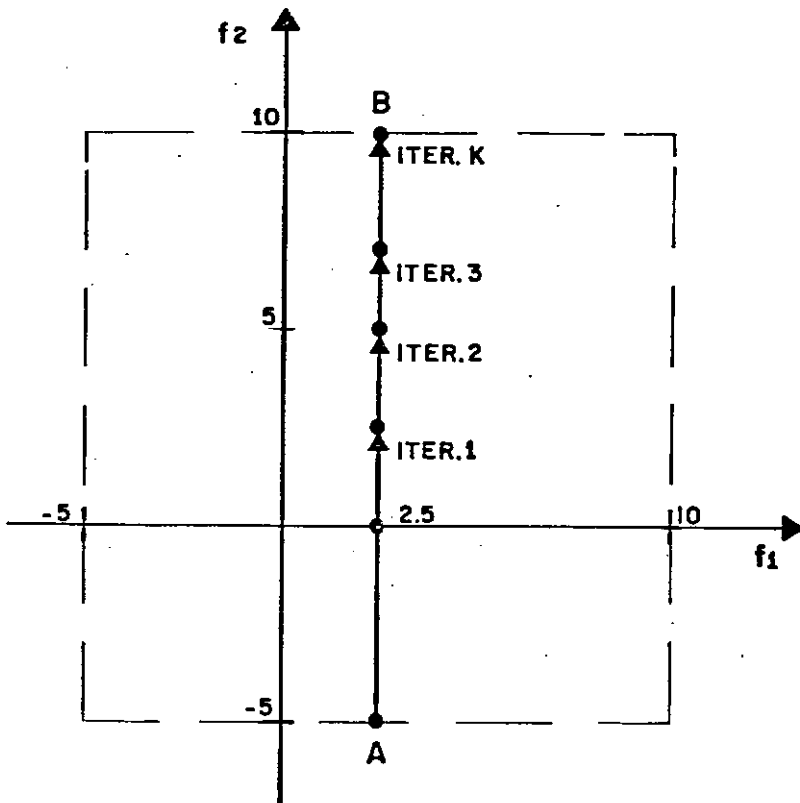


FIG. 29.

Analisando o ponto A temos:

$$f_1 = 2,5; \quad f_2 = -5$$

$$\lambda = -5 - 2,5 = -7,5$$

Analisando o ponto B temos:

$$f_1 = 2,5, \quad f_2 = 10$$

$$\lambda = 10 - 2,5 = 7,5$$

Logo, a resposta correta é  $\lambda = 7,5$  e o carregamento de rotura é

$$(12,5tf; 0; 0; 0; 0; 7,5tfm).$$



Caso fôssemos utilizar o método iterativo, teríamos:

INTERAÇÃO Nº 1 -  $\lambda = 0$

$$f_1 = 2,5; f_2 = 2,5$$

INTERAÇÃO Nº 2 -  $\lambda = 2,5$

$$F_1 = 2,5; f_2 = 5.0$$

INTERAÇÃO Nº 3 -  $\lambda = 3,5$

$$f_1 = 2,5; f_2 = 6.0$$

INTERAÇÃO Nº K -  $\lambda = 7,5$

$$f_1 = 2,5; f_2 = 10$$

ESTAQUEAMENTO ROMPEU  $\lambda_{MAX.} = 7,5$ .

A diferença entre o método da Programação Linear e o método iterativo fica mais clara através da análise da Fig. 30, que simboliza o espaço  $R^n$  dos esforços das estacas.

Todos os pontos estritamente no interior do domínio D, de limitado pelas restrições lineares correspondem a carregamentos externos que podem ser absorvidos pelo estaqueamento.

O carregamento de rotura corresponde ao ponto  $E_R$  do contorno.

Segundo o método da Programação Linear, caminharíamos sobre o contorno de D, a partir de uma base qualquer, como por exemplo A. De A iremos para B e de B para R.

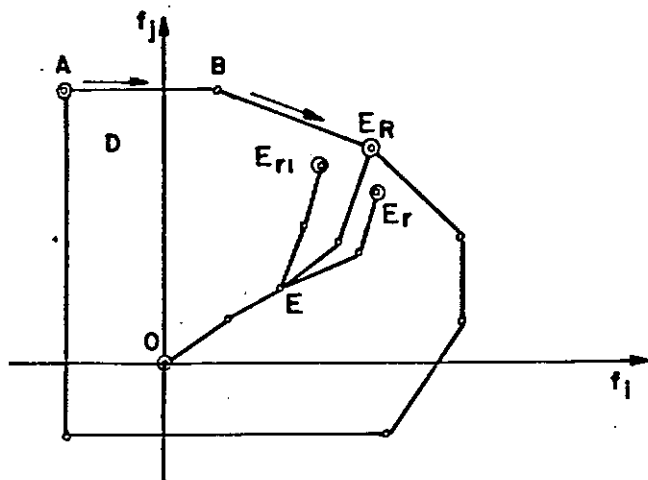


FIG. 30

Segundo o método iterativo, ou seja, segundo o processo real de carregamento, caminhamos no interior de  $D$ , por exemplo, de  $O$  para  $E$  e de  $E$  para  $E_R$ .

Caso a rotura da estaca seja irreversível, o processo real de carregamento poderá conduzir a carregamentos de rotura diferentes de  $E_R$ . Neste caso, o método da Programação Linear não poderá ser utilizado, uma vez que o carregamento de rotura dependerá do processo de incremento das cargas.

Faça ao exposto acima, podemos concluir que o método da Programação Linear, quando possível de ser aplicado, permite uma substancial redução do esforço computacional e, por conseguinte, grande redução dos custos de cálculo.

### V.3 - Programa de Computador

Como aplicação da teoria apresentada neste trabalho, desenvolvemos um programa de computador que permite o cálculo à rotura de estaqueamento.

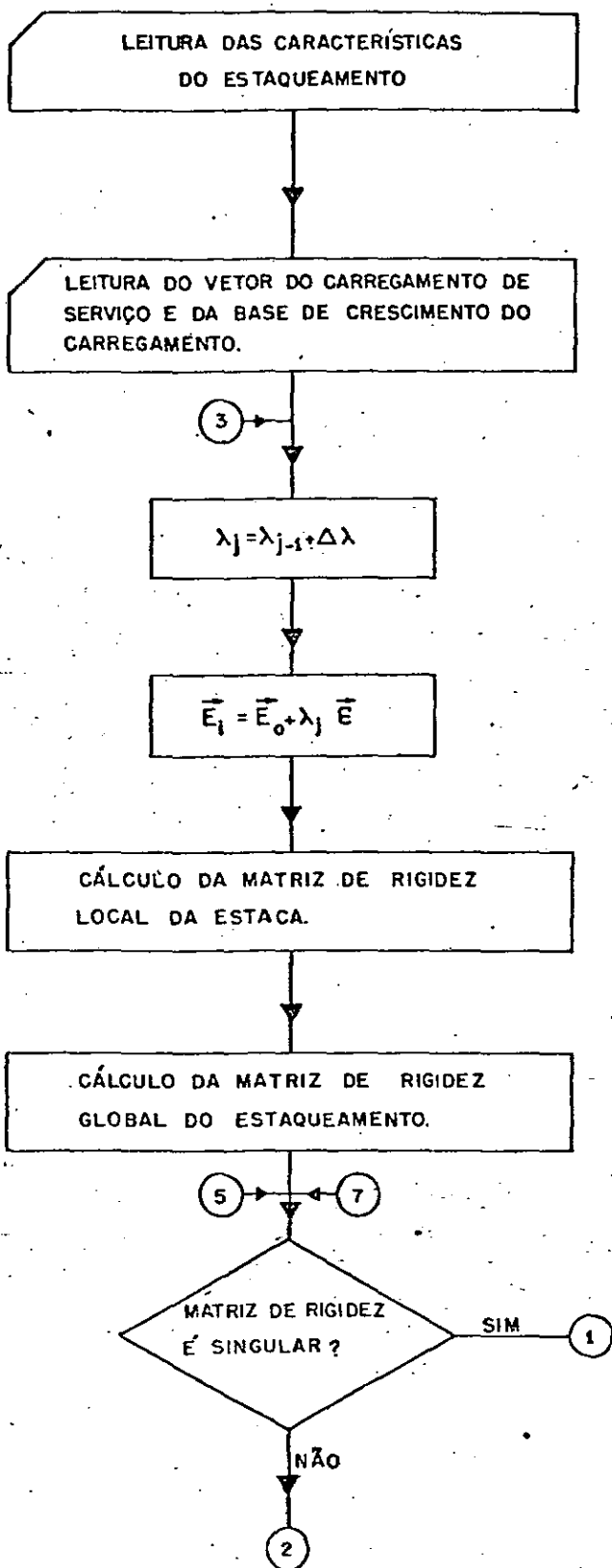
O modelo de cálculo escolhido foi o Método Iterativo, pois permite a análise de roturas reversíveis e irreversíveis e possibilita o conhecimento do comportamento do estaqueamento para cada etapa do carregamento.

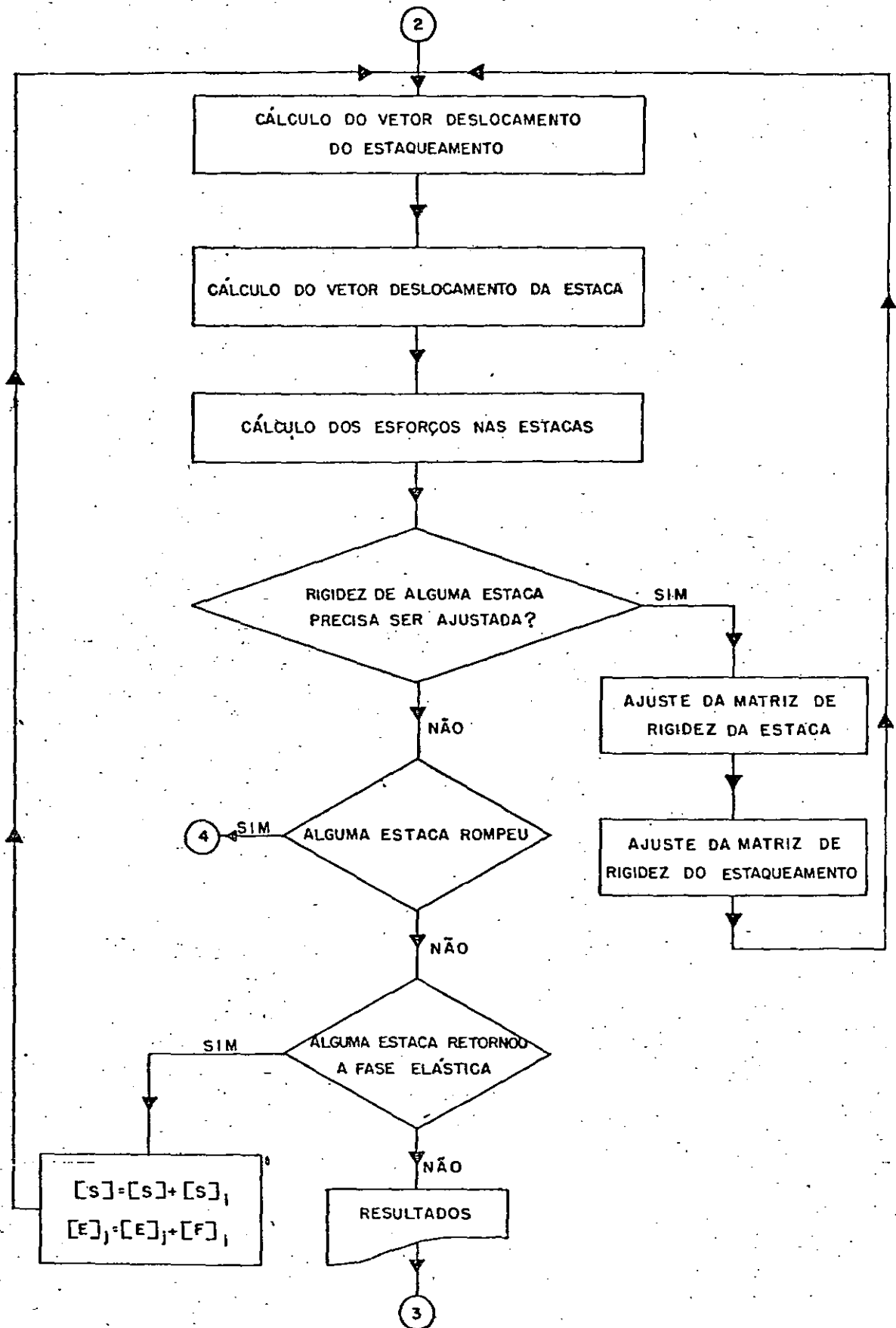
Embora a sub-rotina que calcula as matrizes de rigidez local das estacas esteja preparada para quaisquer condições de apoio entre a estaca e o bloco e a estaca e o solo, o cálculo à rotura será realizado apenas para o caso de estacas bi-rotuladas.

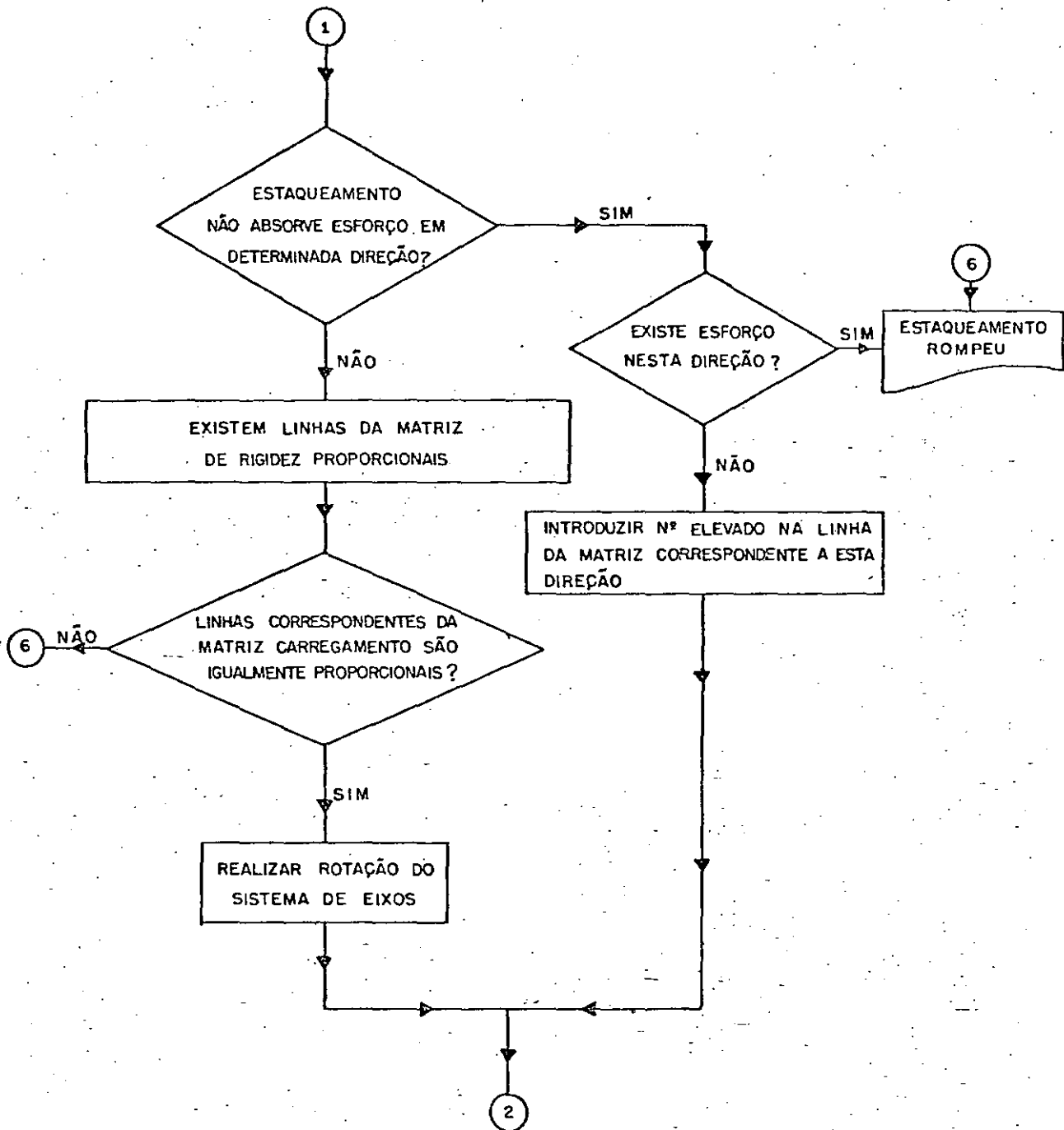
Como alertamos no item V.1 a análise na rotura permite que as cargas nas estacas sejam elevadas e, quando as cargas aumentam, a rigidez longitudinal da estaca varia. Esta variação é maior a medida que a carga na estaca aproxima-se da carga de rotura.

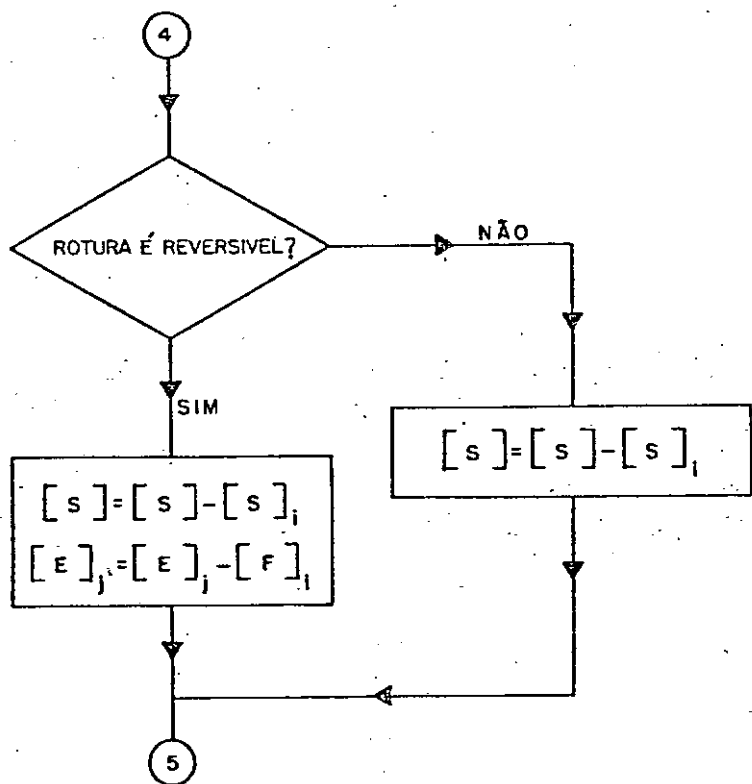
Desta forma, o programa foi elaborado para permitir o uso de curvas "carga x recalque" do tipo indicado na Fig. 22. Esta curva pode ser diferente para cada estaca.

A seguir, indicamos o fluxograma esquemático e a listagem do programa que foi processado em um mini-computador tipo Wang 2200, em linguagem BASIC.









```

10 % -----
20 %      CALC.DE ESTAQ. ANALISE ELASTO-PLASTICA
30%
40 %      TESE DE MESTRADO - DAC
50 % -----
60  DIM R(6,6),S(6,6),F1(6),A(6),D(6),U(6,6),P(6,6),F(6),F2(6),R2(6,6)
,N(50):SELECT D
70  SELECT PRINT 215(90):PRINT HEX(0E):PRINTUSING 20:PRINT HEX(0A0E):PR
INTUSING 40:PRINT HEX(0A0A0A0E):PRINTUSING 90:PRINT HEX(0A):PRINTUSING
110:PRINT HEX(0A0A)
80%
90 %      DADOS DAS ESTACAS
100%
110 %      ESTACA      X      Y      Z      T      PE      PL      ALFA      B
ETA      GAMA
120  SELECT PRINT 005(64):PRINT HEX(03):INPUT "NUM. ESTACAS =",N :FOR J
=1 TO N:SELECT PRINT 005(64)
130  PRINT HEX(03):PRINT "ESTACA =",J:INPUT "X",X1:INPUT "Y =",Y1:INPUT
"Z",Z1:INPUT "ALFA",A0:INPUT "BETA =",B0:INPUT "GAMA",G0:INPUT "PM",Z3
:INPUT "T",Z4:INPUT "PE",P1:INPUT "R3",R3:INPUT "L",L
140  INPUT "A.",A1:INPUT "IX",I1:INPUT "IY",I2:INPUT "IZ",I3:INPUT "E",
E:INPUT "KH",X7:X8=(X7/(4*E*I2))!.25:X9=(X7/(4*E*I3))!.25
150  INPUT "R1",R1:INPUT "R2",R2:K1=1:X2=X1+L*COS(A0):Y2=Y1+L*SIN(A0)*C
OS(B0):Z2=Z1+L*SIN(A0)*SIN(B0)
160  SELECT PRINT 215(90):PRINTUSING 170,J,X1,Y1,Z1,Z4,P1,Z3,A0,B0,G0:S
(1,1)=P1/R1:GOSUB '150:NEXT J
170%      ##      -##.## -##.## -##.## -#### ##### ##### ##.## -###
.# -##.##
180%
190%      CARREGAMENTO
200%
210  X9=0:REWIND :INPUT "FS",F9:FOR D=1 TO 6:INPUT "F(D)",F1(D)
220  NEXT D:PRINT HEX(0A0A0A0A0E):PRINTUSING 230,F9:PRINT HEX(0A):PRINT
USING 240,F1(1);F1(2);F1(3);F1(4);F1(5);F1(6)

```



```

230 %      DADOS  DAS  CARGAS (LAM.=#.##)
240%      N=####.#T      HY=####T      HZ=####T      MX=####TM      MY=####
##TM      MZ=####.#TM
250%
260%      PROGRAMA PRINCIPAL
270%
280 MAT R2=ZER:FOR J=1 TO N:GOSUB '160:GOSUB '10:K8=J:MAT R2=R2+R
290 NEXT J :PRINT HEX(OA0A):MAT N = ZER:MAT R=R2
300 X9=X9+1:A5=0:REWIND :GOSUB '40:MAT R=R2:Z9=1:FOR K=1 TO 6:IF A(K)]
10 THEN 610:NEXT K
310 PRINT HEX(OA0E):PRINTUSING 320,X9:PRINT HEX(OA0A):PRINTUSING 330:P
RINT HEX(OA):PRINTUSING 340:PRINT HEX(OA)
320%      INTERACAO ##
330%      DESL. E ROT. DO BLOCO
340%      DX      DY      DZ      RX      RY
      RZ
350 PRINTUSING 370,A(1),A(2),A(3),A(4),A(5),A(6):PRINT HEX(OA0A):PRINT
USING 360:PRINT HEX(A0):PRINTUSING 380
360%      ESF. NAS ESTACAS - SISTEMA LOCAL
370%      ###.##CM      ###.##CM      ###.##CM      ##.###RD      ##.###RD
      ##.###RD
380%      ESTACA      PX      FY      FZ      MX      MY
      MZ
390 FOR J9=1 TO N:GOSUB '160:IF N(J9)=1000 THEN 410:GOSUB '10
400 MAT D=ZER:MAT D=U*A:MAT F=S*D:GOSUB '200:BACKSPACE 1:GOSUB '150
410 PRINTUSING 420,J9;F(1);F(2);F(3);F(4);F(5);F(6),E$
420%      ##      -###.#      ####      ##      ####      ####
      ##      ##
430 NEXT J9:IF A5=1 THEN 300:PRINT HEX(OA0A0A):GOTO 210
440 DEFFN'10:MAT U=ZER:X5=X2-X1:Y5=Y2-Y1:Z5=Z2-Z1:T=G0:C1=X5/L:C2=Y5/L
:C3=Z5/L:Q=SQR(C1!2+C3!2):IF Q-.01]0THEN 460

```

```

450 U(1,2)=C2:U(2,1)=-C2*COS(T):U(2,3)=SIN(T):U(3,1)=C2*SIN(T):U(3,3)=
COS(T):GOTO 480.
460 U(1,1)=C1:U(1,2)=C2:U(1,3)=C3:U(2,1)=(-C1*C2*COS(T)-C3*SIN(T))/Q:U
(2,2)=Q*COS(T):U(2,3)=(-C2*C3*COS(T)+C1*SIN(T))/Q:U(3,1)=(C1*C2*SIN(T)
-C3*COS(T))/Q
470 U(3,2)=-Q*SIN(T):U(3,3)=(C2*C3*SIN(T)+C1*COS(T))/Q
480 U(1,4)=-Z1*U(1,2)+Y1*U(1,3):U(1,5)=Z1*U(1,1)-X1*U(1,3):U(1,6)=-Y1*
U(1,1)+X1*U(1,2):U(2,4)=-Z1*U(2,2)+Y1*U(2,3)
490 U(2,5)=Z1*U(2,1)-X1*U(2,3):U(2,6)=-Y1*U(2,1)+X1*U(2,2):U(3,4)=-Z1*
U(3,2)+Y1*U(3,3):U(3,5)=Z1*U(3,1)-X1*U(3,3):U(3,6)=-Y1*U(3,1)+X1*U(3,2
)
500 GOSUB '250;GOSUB 'CALCON;GOSUB 'DATACON
510 FOR J1=1 TO 3:FOR J2=1 TO 3:U(J1+3,J2+3)=U(J1,J2):NEXT J2:NEXT J1
520 MAT P=ZER:FOR C=1 TO 6:FOR D=1 TO 6:FOR J4=1 TO 6:P(C,D)=P(C,D)+S(C,J
4)*U(J4,D):NEXT J4:NEXT D:NEXT C:MAT R=ZER:FOR C=1 TO 6:FOR D=1 TO 6:FOR
J4=1 TO 6:R(C,D)=R(C,D)+U(J4,C)*P(J4,D):NEXT J4:NEXT D:NEXT C
530 RETURN
540 DEFFN'30:IF F(1)]Z4 THEN 550:F(1)=Z4:GOTO 560
550 F(1)=Z3
560 E$="P":MAT P=TRN(U):MAT U=P:MAT F2=U*F:MAT F1=F1-F2:N(J9)=1000
570 RETURN
580 DEFFN'40:FOR C=1 TO 6:IF R2(C,C)]0 THEN 600:IF F1(C)=0 THEN 590:GOT
O 610
590 R2(C,C)=10!15
600 NEXT C:GOSUB '120:RETURN
610 PRINT HEX(0A0A0A0E):PRINT USING 620:END
620 %      ESTAQUEAMENTO ROMPEU
630 DEFFN'120:G9=C
640 MAT D=ZER:MAT A=ZER:MAT P=ZER:FOR I=1 TO 5:FOR N2=I TO 5:T2=1:FOR
J=1 TO 6
650 IF R2(N2+1,J)=0 THEN 660:GOTO 690
660 IF R2(I,J)=0 THEN 670:T2=2:GOTO 750
670 IF J=1 THEN 680:D(J)=D(J-1):GOTO 700

```

```

680 D(J)=0:GOTO 700
690 D(J)=R2(I,J)/R2(N2+1,J)
700 NEXT J
710 FOR J2=1 TO 5:FOR N1=J2 TO 5:IF D(N1+1)=0 THEN 720:GOTO 730
720 IF D(J2)=0 THEN 740:T2=2:GOTO 740
730 A=D(J2)/D(N1+1):IF ABS(1-A)[.001 THEN 740:T2=2
740 NEXT N1:NEXT J2
750 IF T2=1 THEN 760:GOTO 780
760 K=F1(I)/F1(N2+1):IF ABS(1-K/D(1)) [.001 THEN 770:GOTO 610
770 GOSUB '130:G9=1:GOTO 800
780 NEXT N2:NEXT I:IF G9=1 THEN 800:MAT P=INV(R2)
790 MAT A=P*F1
800 RETURN
810 DEFFN'130 :STOP :MAT R=ZER:MAT P=ZER:MAT D=ZER
820 J8=R2(1,1)*R2(2,2)-R2(1,2)!2:IF ABS(J8)[.002 THEN 830:GOTO 840
830 X=0:Y=0:GOTO 850
840 X=(-R2(1,6)*R2(1,2)+R2(2,6)*R2(1,1))/J8:Y=(R2(2,6)*R2(1,2)-R2(1,6)
*R2(2,2))/J8
850 K=2*R2(1,2)/(R2(1,1)-R2(2,2)):X1=((-2/K)+SQR((4/K!2)+4))/2:X2=X1/(
SQR(1+X1!2)):X3=1/SQR(1+X1!2):R(1,1)=X3:R(1,2)=X2:R(2,1)=-X2:R(2,2)=X3
:R(3,3)=1:R(4,3)=-Y:R(4,4)=X3:R(4,5)=X2
860 R(5,3)=X:R(5,4)=-X2:R(5,5)=X3:R(6,1)=Y:R(6,2)=-X:R(6,6)=1
870 FOR I=1 TO 6:FOR J=1 TO 6:FOR J4=1 TO 6:P(I,J)=P(I,J)+R2(I,J4)*R(J
,J4)
880 NEXT J4:NEXT J:NEXT I:MAT R2=ZER
890 FOR I=1 TO 6:FOR J=1 TO 6:FOR J4=1 TO 6:R(I,J)=R2(I,J)+R(I,J4)*P(
J4,J)
900 NEXT J4:NEXT J:NEXT I:FOR I1=1 TO 6:FOR J1=1 TO 6:IF ABS(R2(I1,J1)
)[.002 THEN 910:GOTO 930
910 R2(I1,J1)=0:IF R2(I1,I1)=0 THEN 920:GOTO 930
920 R2(I1,I1)=10!20
930 NEXT J1:NEXT I1
940 MAT A=R*F1:MAT P=INV(R2):MAT D =P*A:MAT P = TRN(R) :MAT A=P*D:PETU
RN

```

```

950 DEFFN'150:DATA SAVE X1,Y1,Z1,X2,Y2,Z2,A0,B0,G0,L,F(1),F(2),F(3),F(
4),F(5),F(6),Z3,Z4,P1,R1,R2,R3,S(1,1),E$:RETURN
960 DEFFN'160:DATA LOAD X1,Y1,Z1,X2,Y2,Z2,A0,B0,G0,L,F(1),F(2),F(3),F(
4),F(5),F(6),Z3,Z4,P1,R1,R2,R3,S(1,1),E$:RETURN
970 DEFFN'200:K1=P1/R1:IF R2=R1 THEN 980:K2=(Z3-P1)/(R2-R1):GOTO 990
980 K2=0
990 IF D(1)[R3 THEN 1020:IF D(1)]R1 THEN 1000:S(1,1)=K1:E$="E":GOTO 10
30
1000 IF D(1)]R2 THEN 1020:E$="EP":P=P1+K2*(D(1)-R1):K=((P/D(1))-S(1,1)
)/S(1,1):IF ABS(P-F(1))>5 THEN 1010:GOTO 1030
1010 N(J9)=N(J9)+1:S(1,1)=P/D(1):MAT R=(K)*R:MAT R2=R2+R:A5=1:GOTO 103
0
1020 A5=1:MAT R2=R2-R:GOSUB '30
1030 RETURN
1040 DEFFN'250
1050 ON X GOTO 1090,1060,1070,1080,1100
1060 S(1,1)=E*A1/L:S(2,2)=12*E*I3/L!3:S(2,6)=L*S(2,2)*.5:S(3,3)=12*E*I
2/L!3:S(3,5)=-L*S(3,3)*.5:S(4,4)=G*I1/L:S(5,3)=S(3,5):S(5,5)=S(3,3)*L!
2/3:S(6,2)=S(2,6):S(6,6)=S(2,2)*L!2/3:GOTO 1110
1070 S(1,1)=E*A1/L:S(2,2)=3*E*I3/L!3:S(3,3)=3*E*I2/L!3:GOTO 1110
1080 S(1,1)=E*A1/L:S(2,2)=3*E*I3/L!3:S(2,6)=L*S(2,2):S(3,3)=3*E*I2/L!3
:S(3,5)=-L*S(3,3):S(5,3)=S(3,5):S(5,5)=S(3,3)*L!2:S(6,2)=S(2,6):S(6,6)
=S(2,2)*L!2:GOTO 1110
1090 S(1,1)=E*A1/L:GOTO 1110
1100 S(1,1)=E*A1/L:S(2,2)=4*X9!3*I3*E:S(2,6)=S(2,2)/(2*X9):S(3,3)=4*X8
!3*E*I2:S(3,5)=S(3,3)/(-2*X8):S(4,4)=G*I1/L:S(5,3)=S(3,5):S(5,5)=2*X8*
E*I2:S(6,2)=S(2,6):S(6,6)=2*X9*E*I3:GOTO 1110
1110 RETURN

```

## C A P Í T U L O VI

## CARGAS CÍCLICAS

Em nossa análise da carga limite, uma vez determinado um padrão de rotura, o cálculo dos esforços nas estacas é realizado para cada incremento de carga, até que ocorra o colapso do estaqueamento pela formação de um mecanismo de rotura. A análise de cada estágio do carregamento é realizada partindo-se da hipótese de que as cargas são estáticas e possuem valores constantes em cada estágio.

Na realidade, as componentes do vetor carregamento podem variar aleatoriamente dentro de certos limites e independentemente uma das outras. Estes limites correspondem ao máximo e mínimo valores possíveis das cargas. Por exemplo, quando consideramos no carregamento a influência do vento, devemos levar em conta o vento soprando de uma direção, a falta de vento e o vento soprando da direção oposta.

Assim sendo, ao invés de um valor de trabalho das cargas, temos na prática uma faixa de valores das cargas. Para certas cargas, esta faixa é coberta várias vezes durante a vida do estaqueamento, originando cargas repetidas e com valores variáveis.

Existem dois efeitos principais a serem considerados desta variação aleatória e repetitiva das cargas:

- a - Alternância de plastificação
- b - Rotura incremental.

A alternância de plastificação ocorre quanto temos na mesma estaca, ora plastificação de tração, ora plastificação de com

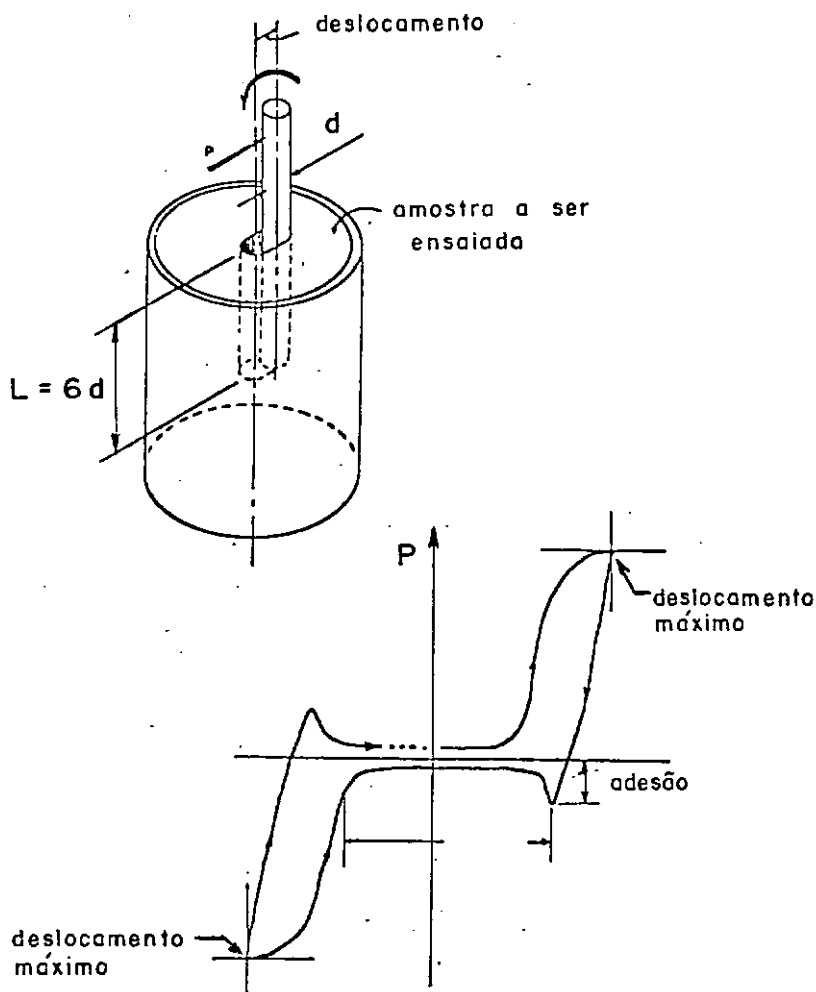
pressão. O efeito deste fenômeno na capacidade de carga da estaca ainda é assunto pouco conhecido e merecedor, portanto, de maiores estudos e pesquisas.

A rotura incremental ocorre quando temos vários ciclos de carga causando a plastificação de algumas estacas sem produzir a rotura do estaqueamento. Cada ciclo pode causar a plastificação de grupos de estacas diferentes e reconduzir à fase elástica estacas que foram plastificadas em ciclos anteriores. A estaca pode ficar com deslocamentos residuais cada vez que ela se plastificar e retornar à fase elástica. A superposição destes deslocamentos residuais pode provocar a rotura do estaqueamento.

A rotura incremental passou a ser melhor pesquisada a partir do desenvolvimento das estruturas *Offshore*, onde em curto espaço de tempo podemos ter vários ciclos de elevados carregamentos laterais provocados, por exemplo, pela ação de ondas e tempestades.

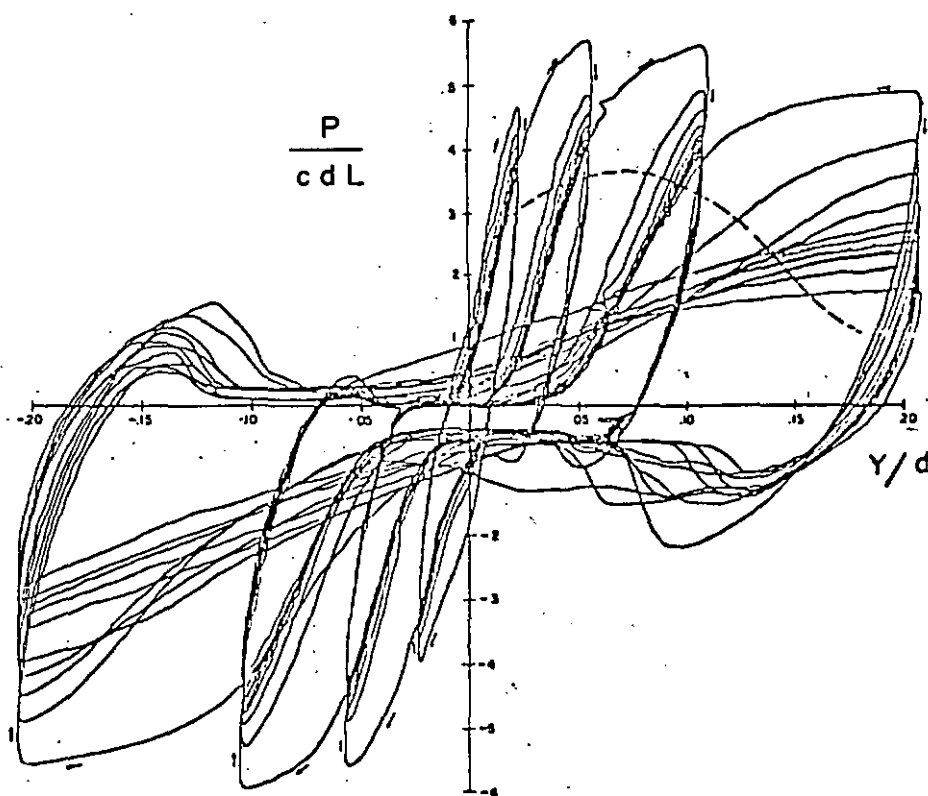
Os trabalhos de Matlock indicados nas bibl. 32 e 33, baseados em ensaios de laboratório (Fig. 31) e em algumas provas de carga em estacas submetidas a carregamento lateral cíclico, concluem que para pequenos deslocamentos horizontais, existe uma rápida estabilização da resistência do solo logo para os primeiros ciclos, enquanto que para deslocamentos maiores existe uma progressiva diminuição da resistência do solo.

Assim sendo, segundo Matlock, o projetista deve obter a curva envoltória das resistências mínimas dos carregamentos cíclicos para cada faixa de deslocamento horizontal (Fig. 32).



Resultado do ensaio de  
um ciclo

Fig. 31



Resultado final de teste de carga horizontal  
ciclica realizado em laboratório para 4 valores  
de deslocamento.

Fig. 32



O principal problema reside nos poucos ensaios disponíveis que permitam aferir os diversos métodos de obtenção de curvas "p-y" para carregamento cíclico e verificar se os resultados obtidos em ensaios de laboratório são confiáveis ou não. Como ilustração, indicamos na Fig.33 a diferença de resultados obtidos na determinação de curvas "p-y" usando dois critérios diferentes.

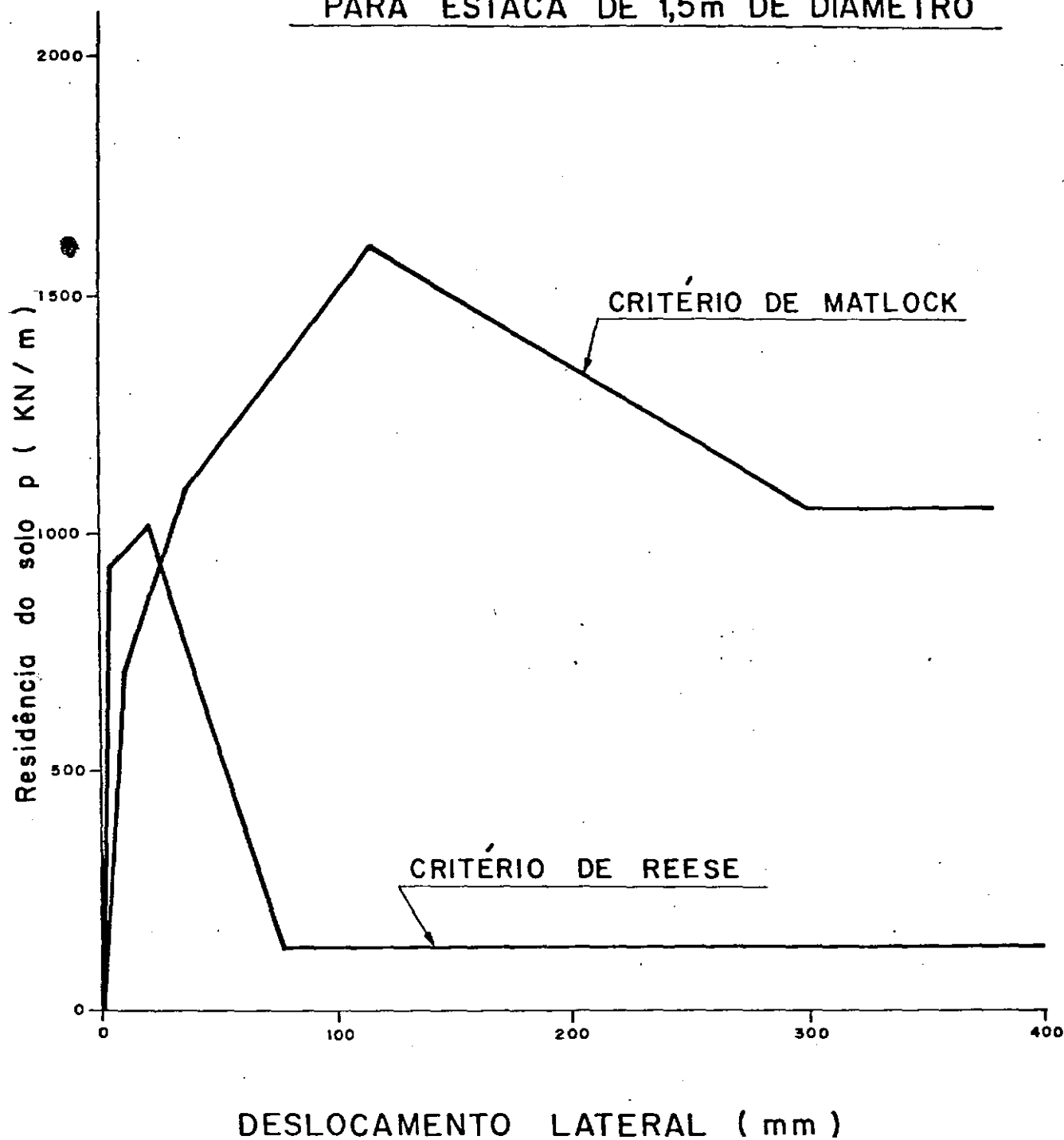
Embora os esforços laterais cíclicos também provoquem esforços axiais cíclicos nas estacas, praticamente não existem dados disponíveis para a determinação de curvas "T-Z" para este tipo de carregamento.

Neste trabalho, estamos considerando que os carregamentos laterais apenas acarretam esforços axiais nas estacas, ou seja, nosso problema consiste em obtermos curvas "T-Z" para carregamento cíclico. No entanto, como a determinação destas curvas ainda necessita de melhores estudos, recomendamos que a envoltória das resistências mínimas seja feita através da realização de provas de carga verticais cíclicas.

O cálculo do estaqueamento seria então o realizado segundo o procedimento indicado no Capítulo V, com os valores das resistências mínimas considerados no traçado da curva carga x deslocamento.

Caso seja impossível a realização deste tipo de prova de carga, deve-se verificar a faixa de variação do carregamento cíclico e o valor máximo, uma vez que seu efeito está condicionado ao nível de carga que cada ciclo acarreta na estaca, ou seja, a rotura incremental ocorre apenas se as cargas excederem a

CURVAS "P-Y" CÍCLICA  
PARA ESTACA DE 1,5m DE DIÂMETRO



Comparação entre curvas "P - Y" cíclicas obtidas segundo Matlock e Reese 33.

Fig. 33

um certo limite, denominado de valor limite de rotura incremental.

Para valores de cargas mais baixo, porém, acima do limite elástico, é possível que nos primeiros ciclos ocorram deslocamentos residuais que acarretarão esforços residuais.

Para um novo ciclo de carga que normalmente produzirão vas plastificações, pode ser que a atuação destes esforços residuais evite a ocorrência de novas plastificações. Caso isto aconteça, dizemos que o estaqueamento se acomodou ao ciclo de cargas (*shaken down*).

Deste modo, a análise de cargas cíclicas também está condicionada ao conhecimento de esforços residuais nas estacas.

A acomodação para um determinado ciclo ocorrerá se pudermos obter um conjunto de esforços residuais  $n_i$ , auto-equilibrado e que satisfaçam às seguintes equações:

$$f_{i_{\max}} - n_i \leq P_M \quad (84)$$

$$f_{i_{\min}} + n_i \geq T \quad (85), \quad \text{onde}$$

$f_{i_{\max}}$  é o esforço na estaca  $i$  provocado pelo valor máximo do carregamento no ciclo.

$f_{i_{\min}}$  é o esforço na estaca  $i$  provocado pelo valor mínimo do carregamento no ciclo.

Estas equações controlam a rotura incremental.

É importante ressaltar que, para obras comuns de fundação, existe um senso geral de que o perigo de uma rotura incremental provocada por vários ciclos de carga é menor do que a rotura estática proveniente da aplicação de apenas um ciclo do car

regamento mais desfavorável.

Exemplificando, suponhamos que ao se analisar um estaqueamento sob ação do carregamento mais desfavorável tenha-se obtido um fator de segurança, a rotura igual a 2.0 e, que o fator de segurança à rotura incremental, a partir de, por exemplo, 20 ciclos, do mesmo carregamento, tenha sido de apenas 1,5.

O problema resume-se, então, em determinar-se quais dos dois fatores de segurança são mais representativos, ou seja, deve-se saber se um ciclo do carregamento mais desfavorável majorado de 2.0 terá maior ou menor probabilidade de ocorrer do que 20 ciclos do mesmo carregamento majorado de 1,5.

Assim sendo, o problema recai em uma análise estatística. Porém, de um modo geral, ainda não existem suficientes informações para obtermos curvas de frequência para os vários tipos de carga, embora hipóteses de distribuições probabilísticas podem ajudar na definição de fatores de segurança razoáveis.

Por enquanto, ainda não existem registros de rotura de estaqueamento das estruturas mais comuns como edifícios e pontes causados por carregamento cíclico, permitindo-se supor que, para estes casos, a verificação de apenas um ciclo do carregamento mais desfavorável majorado pelo coeficiente de segurança à rotura estática, é preponderante, ou seja, possui maior probabilidade de ocorrer do que vários ciclos do mesmo carregamento majorado por um fator de segurança menor.

Alertamos, porém, que o desenvolvimento da engenharia, com o aparecimento de novos tipos de estrutura, a construção de obras em regiões onde as propriedades do solo são pouco conhecidas,

das e a necessidade de soluções mais econômicas e ousadas, poderão levar o engenheiro de fundações a novas soluções sobre as quais não se teriam quaisquer dados estatísticos. Neste caso, é necessário realizarem-se estudos pormenorizados em relação ao risco de ocorrência de rotura incremental.

## C A P Í T U L O    V I I

## CONSIDERAÇÕES SOBRE O MÉTODO DE BENT HANSEN

Bent Hansen foi um dos primeiros autores que propuseram um método de cálculo plástico aplicável a estaqueamentos espaciais.

Segundo Bent Hansen, a determinação da capacidade de carga de um estaqueamento, como um todo, pode ser feita segundo dois tipos de análise:

- a) Análise que não permite rotura local
- b) Análise que não permite rotura total (Método das cargas limite).

Na hipótese (a), diz-se que o estaqueamento rompeu quando apenas uma estaca alcança a carga limite. A distribuição dos esforços no estaqueamento pode ser obtida através da Teoria da Elasticidade.

Na hipótese (b), também não se admite que os esforços nas estacas ultrapassem a carga limite, permitindo-se porém, através de uma análise elasto-plástica, a redistribuição dos esforços nas estacas. O estaqueamento rompe quando esta distribuição não é mais possível, ou seja, quando o estaqueamento se transformar em um mecanismo.

Desta forma, pode-se obter o coeficiente de segurança à rotura do estaqueamento. Evidentemente, deve-se verificar que o estaqueamento não se transformará em um mecanismo para as cargas de trabalho.

O Método das Cargas Limite permite a utilização de coeficientes parciais de segurança diferentes para o carregamento e para a capacidade de carga das estacas.

Nos casos de carregamento variado e alternado deve-se, ainda, verificar o risco de rotura incremental.

São as seguintes as hipóteses básicas deste método:

- a) Bloco rígido
- b) Estacas bi-rotuladas
- c) Rotura reversível
- d) Diagrama carga x recalque perfeitamente plástico
- e) Carga de rotura obtida segundo a equação:

$$\vec{E}_R = F_p \vec{E} \quad (86)$$

## VII.1 - O estado de Rotura Total

Na análise na rotura, com coeficientes de segurança parciais para o carregamento e para a capacidade de carga, o estaqueamento é considerado estar em equilíbrio em um estado de rotura total. Neste estado existirão, normalmente, 5 estacas na fase elástica ou, no caso de estaqueamentos planos, apenas 2 estacas, enquanto que as restantes estarão em rotura por compressão ou tração.

O deslocamento do bloco sob ação da carga de rotura pode ser qualquer. Genericamente, podemos escrever:

$$\mu_i = \mu_i^e + K \mu_i^p \quad (87), \text{ onde:}$$

$K$  = constante arbitrária

$\mu_i^e$  = parcela do deslocamento do bloco correspondente ao grupo de estacas que permaneceram na fase elástica.

$\mu_i^p$  = parcela do deslocamento do bloco correspondente ao grupo de estacas que estão na fase plástica.

O deslocamento axial de uma estaca, neste caso, será:

$$d_r = \mu_1^e a_{r1} + \mu_2^e a_{r2} + \dots + \mu_6^e a_{r6}, \quad (88), \text{ onde}$$

$i$  = deslocamento do bloco na direção  $i$

$a_{ri}$  = projeções da estaca ao longo dos eixos do sistema global.

Para o grupo de estacas que permanecem na fase elástica a componente  $\mu_i^p$  do deslocamento do bloco não acarretará em deslocamentos axiais nas estacas, ou seja,

$$d_e^p = \mu_1^p a_{e1} + \mu_2^p a_{e2} + \dots + \mu_6^p a_{e6} = 0 \quad (89)$$

Esta equação pode ser escrita para todas as estacas elásticas.

Para as outras estacas, temos:

$$d_r^p = \mu_1^p a_{r1} + \mu_2^p a_{r2} + \dots + \mu_6^p a_{r6} \quad (90)$$

$$d_r^p > 0 \rightarrow f_r = PM$$

Se

$$d_r^p < 0 \rightarrow f_r = T$$

O fator de segurança da carga,  $F_p$ , que multiplicará a carga de trabalho para se obter a carga de rotura é



obtido da seguinte forma:

- a - Arbitra-se o grupo de estacas que permanecerão na fase elástica. Calcula-se  $\mu_i^P$  através da equação (89).

Neste caso teremos, para os estaqueamentos espaciais 5 equações e 6 incógnitas e para os estaqueamentos planos 2 equações e 3 incógnitas.

- b - Calcula-se  $d_r^P$  através da equação (90). O trabalho interno do estaqueamento devido à parcela plástica do deslocamento é dado por:

$$A_I = \sum f_i d_r^P \quad (91)$$

- c - O trabalho externo é obtido por:

$$A_u = \sum \mu_i^P E_i \quad (92)$$

- d - O coeficiente de segurança será a relação entre o trabalho interno e o externo, ou seja:

$$F_p = \frac{A_I}{A_u} \quad (93)$$

- e - Deve-se verificar se a escolha do grupo elástico foi correto. Esta verificação é realizada calculando-se os esforços nas estacas deste grupo para o seguinte carregamento:

$$E_i^e = F_p E_i - \sum f_r A_{ri} \quad (94), \text{ onde}$$

$f_r$  = esforços nas estacas plastificadas.

A força nas estacas pode ser determinada diretamente através das equações de equilíbrio:

$$\sum f_i a_{e_1} = E_i^e \quad (95)$$

$$\sum f_i a_{e_2} = E_2^e \quad (96)$$

$$\sum f_i a_{e_3} = E_3^e \quad (97)$$

$$\sum f_i a_{e_4} = E_4^e \quad (98)$$

$$\sum f_i a_{e_5} = E_5^e \quad (99)$$

$$\sum f_i a_{e_6} = E_6^e \quad (100)$$

Neste caso teremos 6 equações com 5 incógnitas, o que significa que pelo menos uma equação é combinação linear das outras 5.

A carga em todas as estacas do grupo elástico deve ser menor do que a capacidade de carga das estacas. Caso isto não aconteça, deve-se escolher outro grupo e o processo de cálculo reiniciado.

Segundo esta verificação, o estaqueamento está na iminência da rotura, porém ainda não rompeu pois, se o estaqueamento fosse um mecanismo para o carregamento  $E_i^e$ , o sistema de equações de (95) a (100) não poderia ser resolvido.

Para melhor esclarecer o Método de Bent Hansen, resolveremos um exemplo de cálculo do fator de segurança de estaqueamento. Este exemplo foi retirado da bibliografia <sup>25</sup>

Verificaremos também a coerência entre este método e o método indicado no Capítulo V.

## Exemplo VII.1

Calcular o fator de segurança à rotura do estaqueamento indicado abaixo, para o carregamento dado:

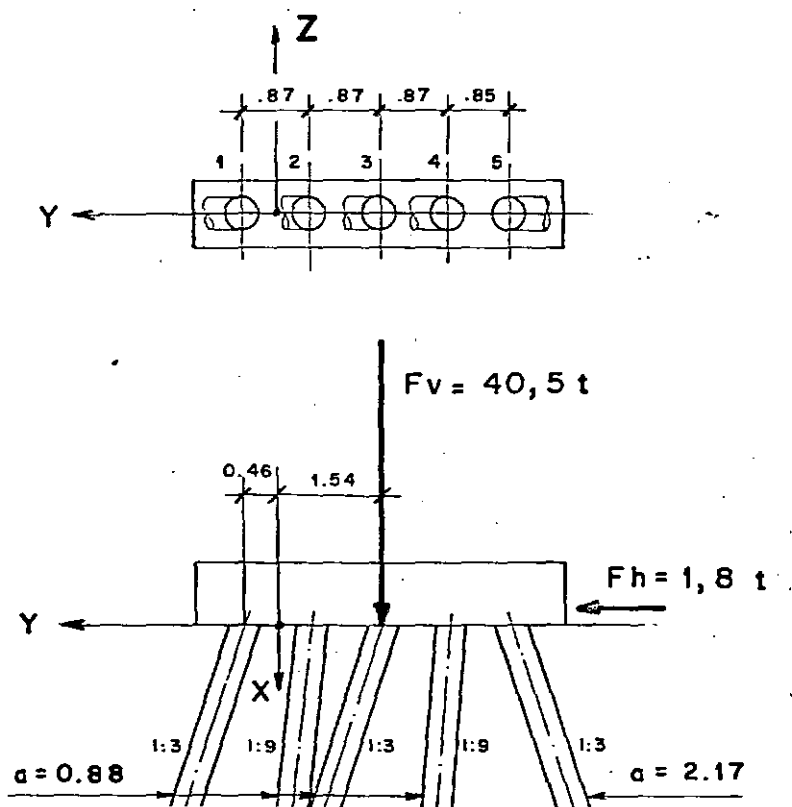


Fig 34

Segundo Bent Hansen, temos:

TABELA VI.1

Item	Estacas	1	2	3	4	5
A	inclinação	1:3	1:3	1:9	1:9	1:3
	yr(m.)	-0,46	1,28	0,41	2,15	3,01
	rigidez relativa	1	1	1	1	0,4
	PM	17,04	17,04	17,04	17,04	6,91
	T	-5,68	-5,68	-5,68	-5,68	-2,30
	$a_{r_1} = \cos \alpha$	0,9487	0,9487	0,9939	0,9939	0,9487
	$a_{r_2} = \sin \alpha$	0,3162	0,3162	0,1104	0,1104	-0,3162
	$a_{r_3} = y \cos \alpha$	-0,4364	1,2143	0,4075	2,1369	2,8556
B	$f_m(\vec{E})$	3,96	3,99	11,60	11,63	10,38
C	$f_m(F_p \vec{E})$	-	-	17,04	17,04	6,91
	$d_r^p$	0	0	0,6627	0,6627	1,8974

Nesta tabela, o item A refere-se às características geométricas do estaqueamento.

O item B refere-se ao cálculo elástico do estaqueamento. Podemos notar que a carga da estaca nº 5 já ultrapassou a capacidade de carga. Neste caso, o fator de segurança elástico será:

$$F_e = 0,66 < 1,0$$

Verifica-se facilmente que as estacas 1 e 2 devem ser escolhidas para formarem o grupo de estacas que permane

cerão na fase elástica.

Segundo a equação (89), podemos obter os valores de  $\mu_1^P$ ,  $\mu_2^P$  e  $\mu_3^P$ , da seguinte forma:

$$0,9487 \mu_1^P + 0,3162 \mu_2^P - 0,4364 \mu_3^P = 0$$

$$0,9487 \mu_1^P + 0,3162 \mu_2^P + 1,2143 \mu_3^P = 0$$

Verifica-se que os valores de  $\mu_i^P$  serão proporcionais a (1: - 3: 0).

Através da equação (90), temos:

$$d_3^P = 1 \times 0,9939 - 3 \times 0,1104 + 0 \times 0,4075 = 0,6627$$

$$d_4^P = 1 \times 0,9939 - 3 \times 0,1104 + 0 \times 2,1369 = 0,6627$$

$$d_5^P = 1 \times 0,9487 + 3 \times 0,3162 + 0 \times 2,8556 = 1,8974$$

O trabalho interno do estaqueamento é igual a:

$$A_I = 17,04 (2 \times 0,6627) + 6,91 \times 1,8974 = 35,7$$

O trabalho externo do estaqueamento é igual a:

$$A_U = 1 \times 40,5 - 3 \times 1,8 = 35,10$$

Logo, o fator de segurança a rotura é definido pela relação entre  $A_I$  e  $A_U$ , ou seja,

$$F_p = \frac{37,7}{35,10} = 1,017$$

Devemos verificar se os esforços nas estacas do grupo elástico são inferiores à capacidade de carga. O carregamento a ser aplicado neste grupo é definido pela equação (94), ou seja:

$$E_i^e = F_p E_i - \sum f_r a_{ri}$$

A vetor carregamento referido à origem do sistema de eixos é:

$$E_1 = 40,5\text{tf}; E_2 = 1,8\text{tf}; E_3 = 40,5 \times 1,54 = 62,4 \text{ tfm}.$$

O vetor  $F_p E_i$  é igual a:

$$F_p E_1 = 41,19\text{tf}; F_p E_2 = 1,83\text{tf}; F_p E_3 = 63,47\text{tfm}.$$

A parcela  $\sum f_r a_{ri}$  é dada por:

$$\text{Direção 1} = (0,9939 \times 17,04) \times 2 + 0,9487 \times 6,91 = 40,43\text{tf}$$

$$\text{Direção 2} = (0,1104 \times 17,04) \times 2 - 0,3162 \times 6,91 = 1,53\text{tf}$$

$$\text{Direção 3} = (0,4075 \times 17,04) + 2,1369 \times 17,04 + 2,8556 \times 6,9 = 63,09\text{tfm}.$$

O carregamento  $E_i^e$  de acordo com (94) será:

$$E_i^e = 0,76\text{tf}; E_2^e = 0,25\text{tf}; E_3^p = 0,38\text{tfm}.$$

A força nas estacas será obtida pelas equações ((95) a (100)).

$$0,9487f_1 + 0,9487f_2 = 0,76$$

$$0,3162f_1 + 0,3162f_2 = 0,25$$

$$-0,4364f_1 + 1,2143f_2 = 0,38$$

As duas primeiras equações são equivalentes.

A primeira e a terceira equação permitem obter  $f_1 = 0,36\text{tf}$  e  $f_2 = 0,44\text{tf}$ , ou seja, as estacas realmente estão na fase elástica.

É importante ressaltar que estas duas estacas ainda têm condições de resistirem ao carregamento  $E_i^e$ , ou seja, o estaqueamento está na iminência da rotura, porém ainda não rompeu.

A seguir, resolveremos este mesmo exemplo através do nos-

so programa de computador.

Podemos notar que de fato as duas estacas que permanece - ram na fase elástica foram as de n<sup>o</sup>s 1 e 2. Os diagramas carga x recalque adotados foram:

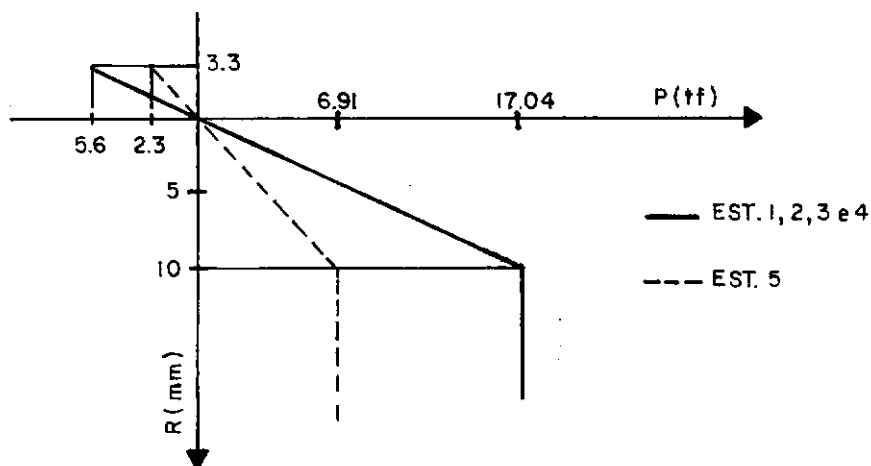


Fig. 35

O programa indica o fator de segurança que provoca a rotu\_ ra total do estaqueamento. Deste modo, o fator de segurança de 1,017 foi ultrapassado pois, como o programa não indicou a rotu- ra do estaqueamento, o valor de  $F_p$  foi incrementado em 0,5%.

CALC. DE ESTAQ. ANALISE ELASTO-PLASTICA  
 TESE DE MESTRADO - DAC  
 ANALISE DE BENT HANSEN

## DADOS DAS ESTACAS

ESTACA	X	Y	Z	T	PE	PL	ALFA	BETA	GAMA
1	0.00	0.46	0.00	-5.6	17.0	17.0	18.26	0.0	0.0
2	0.00	-1.28	0.00	-5.6	17.0	17.0	18.26	0.0	0.0
3	0.00	-0.41	0.00	-5.6	17.0	17.0	6.20	0.0	0.0
4	0.00	-2.15	0.00	-5.6	17.0	17.0	6.20	0.0	0.0
5	0.00	-3.01	0.00	-2.3	6.9	6.9	18.26	180.0	0.0

## DADOS DAS CARGAS (F. S. = 0.660)

N= 26.9T    HY= 1.1T    HZ= 0.0T    MX= 0.0TM    MY= 0.00TM    MZ= 41.5TM

## INTERACAO 1

DESL. E ROT. DO BLOCO

DX	DY	DZ	RX	RY	RZ
0.00CM	- 0.01CM	0.00CM	0.000RD	0.000RD	0.000RD

ESF. NAS ESTACAS - SISTEMA LOCAL

ESTACA	FX	FY	FZ	MX	MY	MZ	
1	2.59	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00	E
2	2.68	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00	E
3	7.72	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00	E
4	7.81	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00	E
5	6.84	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00	E



## DADOS DAS CARGAS (F. S. = 1. 000)

N= 40.5T      HY= 1.8T      HZ= 0.0T      MX= 0.0TM      MY= 0.00TM      MZ= 62.4TM

## INTERACAO 1

DESL. E ROT. DO BLOCO

DX	DY	DZ	RX	RY	RZ
0.00CM	- 0.01CM	0.00CM	0.000RD	0.000RD	0.000RD

ESF. NAS ESTACAS - SISTEMA LOCAL

ESTACA	FX	FY	FZ	MX	MY	MZ	
1	3.89	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00	E
2	4.06	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00	E
3	11.58	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00	E
4	11.75	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00	E
5	6.90	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00	F

## INTERACAO 2

DESL. E ROT. DO BLOCO

DX	DY	DZ	RX	RY	RZ
0.01CM	- 0.04CM	0.00CM	0.000RD	0.000RD	0.000RD

ESF. NAS ESTACAS - SISTEMA LOCAL

ESTACA	FX	FY	FZ	MX	MY	MZ	
1	0.56	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00	E
2	0.73	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00	E
3	16.35	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00	E
4	16.54	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00	E
5	6.90	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00	F

N= 41.4T    HY= 1.8T    HZ= 0.0T    MX= 0.0TM    MY= 0.00TM    MZ= 63.8TM

107

## INTERACAO 1

DESL. E ROT. DO BLOCO

DX	DY	DZ	RX	RY	RZ
0.00CM	- 0.02CM	0.00CM	0.000RD	0.000RD	0.000RD

ESF. NAS ESTACAS - SISTEMA LOCAL

ESTACA	FX	FY	FZ	MX	MY	MZ	
1	3.99	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00	E
2	4.15	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00	E
3	11.86	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00	E
4	12.02	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00	E
5	6.90	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00	P

## INTERACAO 2

DESL. E ROT. DO BLOCO

DX	DY	DZ	RX	RY	RZ
0.01CM	- 0.04CM	0.00CM	0.000RD	0.000RD	0.000RD

ESF. NAS ESTACAS - SISTEMA LOCAL

ESTACA	FX	FY	FZ	MX	MY	MZ	
1	0.41	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00	E
2	0.58	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00	E
3	16.99	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00	E
4	17.04	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00	P
5	6.90	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00	P

## INTERACAO 3

DESL. E ROT. DO BLOCO

DX	DY	DZ	RX	RY	RZ
0.01CM	- 0.04CM	0.00CM	0.000RD	0.000RD	0.000RD

ESF. NAS ESTACAS - SISTEMA LOCAL

ESTACA	FX	FY	FZ	MX	MY	MZ	
1	0.26	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00	E
2	0.72	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00	E
3	17.04	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00	P
4	17.04	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00	P
5	6.90	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00	P

ESTAQUEAMENTO ROMPEU

## C A P Í T U L O    VIII

## EXEMPLOS NUMÉRICOS

Neste capítulo procuramos realizar o cálculo de alguns estaqueamentos através do programa de computador indicado no item V.3.

Estes exemplos foram escolhidos para permitirem um maior conhecimento do processo de rotura e para a verificação do programa.

Como utilizamos um mini-computador, para evitarmos tempo de cálculo excessivo, preferimos fornecer como dado de entrada os valores de  $\lambda$ , ao invés de permitirmos que o próprio programa gerasse estes valores.

## VIII.1 - Exemplo VIII.1

Este exemplo foi retirado da bibliografia 18 e serve como teste do programa.

Calcularemos o estaqueamento de um pilar de ponte constituído por 22 estacas com a curva carga x recalque indicada na Fig. 36 .

O vetor do carregamento de serviço é dado por:

$$\vec{E} = (4283\text{tf}; -95,4\text{tf}; 0; 0; 0; 19\text{tfm}).$$

Deseja-se obter o coeficiente de segurança do estaqueamento em relação ao esforço causado pelo impacto de uma barcaça sobre o bloco do estaqueamento. Este esforço é dado por:

$$\vec{\epsilon} = (0; -41,7\text{tf}; 0; -309,4\text{tfm}; 0; 501,2\text{tfm}).$$

Podemos notar que para o carregamento de serviço,  $\vec{E}_1 = \vec{E} + o\vec{\epsilon}$ , todas as estacas estão na fase elástica.

Aumentando o vetor carregamento segundo a base de crescimento  $\epsilon$ , verificamos que o estaqueamento rompe para o valor de  $\lambda$  igual a 9,39, ou seja:

$$\vec{E}_R = \vec{E} + 9,39 \vec{\epsilon}$$

$$\vec{E}_R = (4283\text{tf}; -490\text{tf}; 0; -2998\text{tfm}; 0; 4780\text{tfm}).$$

Este valor coincide com o indicado Demonsablon na bibliografia 18.

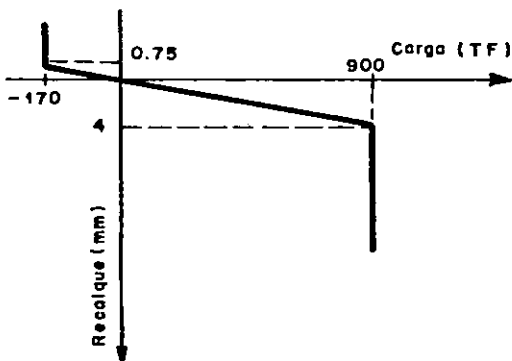
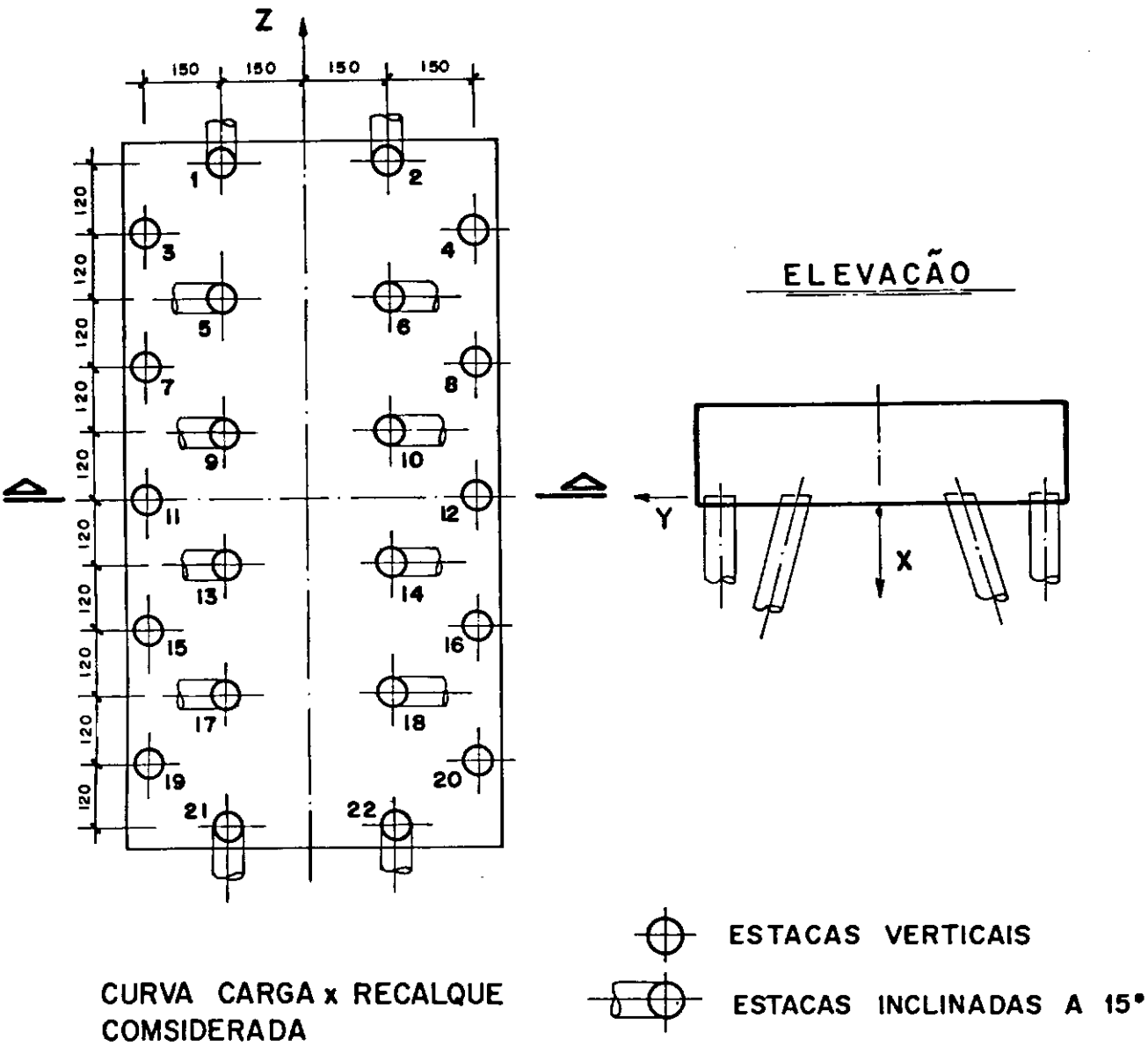


Fig. 36

CALC. DE ESTAO. ANALISE ELASTO-PLASTICA  
 TESE DE MESTRADO - DAC  
 VER. DE DEMONSABLON

DADOS DAS ESTACAS

ESTACA	X	Y	Z	T	PE	PL	ALFA	BETA	GAMA
1	0.00	-1.50	-6.42	-170	900	900	15.00	270.0	0.0
2	0.00	1.50	-6.42	-170	900	900	15.00	270.0	0.0
3	0.00	-3.00	-4.80	-170	900	900	0.00	0.0	0.0
4	0.00	3.00	-4.80	-170	900	900	0.00	0.0	0.0
5	0.00	-1.02	-3.60	-170	900	900	15.00	180.0	0.0
6	0.00	1.02	-3.60	-170	900	900	15.00	0.0	0.0
7	0.00	-3.00	-2.40	-170	900	900	0.00	0.0	0.0
8	0.00	3.00	-2.40	-170	900	900	0.00	0.0	0.0
9	0.00	-1.02	-1.20	-170	900	900	15.00	180.0	0.0
10	0.00	1.02	-1.20	-170	900	900	15.00	0.0	0.0
11	0.00	-3.00	0.00	-170	900	900	0.00	0.0	0.0
12	0.00	3.00	0.00	-170	900	900	0.00	0.0	0.0
13	0.00	-1.02	1.20	-170	900	900	15.00	180.0	0.0
14	0.00	1.02	1.20	-170	900	900	15.00	0.0	0.0
15	0.00	-3.00	2.40	-170	900	900	0.00	0.0	0.0
16	0.00	3.00	2.40	-170	900	900	0.00	0.0	0.0
17	0.00	-1.02	3.60	-170	900	900	15.00	180.0	0.0
18	0.00	1.02	3.60	-170	900	900	15.00	0.0	0.0
19	0.00	-3.00	4.80	-170	900	900	0.00	0.0	0.0
20	0.00	3.00	4.80	-170	900	900	0.00	0.0	0.0
21	0.00	-1.50	6.42	-170	900	900	15.00	90.0	0.0
22	0.00	1.50	6.42	-170	900	900	15.00	90.0	0.0

## DADOS DAS CARGAS (LAM. =0.000)

N=4283.0T    HY=-95.4T    HZ= 0.0T    MX= 0.0TM    MY= 0.00TM    MZ= 19.0TM

## INTERACAO 1

DESL. E ROT. DO BLOCO

DX	DY	DZ	RX	RY	RZ
0.000M	- 0.000M	0.000M	0.000RD	- 0.000RD	- 0.000RD

ESF. NAS ESTACAS - SISTEMA LOCAL

ESTACA	FX	FY	FZ	MX	MY	MZ	
1	190.11	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00	E
2	200.24	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00	E
3	191.57	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00	E
4	212.55	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00	E
5	241.25	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00	E
6	149.10	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00	E
7	191.57	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00	E
8	212.55	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00	E
9	241.25	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00	E
10	149.10	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00	E
11	191.57	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00	E
12	212.55	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00	E
13	241.25	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00	E
14	149.10	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00	E
15	191.57	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00	E
16	212.55	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00	E
17	241.25	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00	E
18	149.10	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00	E
19	191.57	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00	E
20	212.55	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00	E
21	190.11	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00	E
22	200.24	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00	E

---

# DADOS DAS CARGAS (LAM. = 9.30)

N=4283.0T    HY=- 483T    HZ=    0T    MX=- 2877TM    MY=    0TM    MZ=4680.1TM

## DESL. E ROT. DO BLOCO

DX	DY	DZ	RX	RY	RZ
0.000M	- 0.020M	- 0.006M	- 0.009RD	0.000RD	0.000RD

## ESF. NAS ESTACAS - SISTEMA LOCAL

ESTACA	FX	FY	FZ	MX	MY	MZ	
1	-170.0	0	0	0	0	0	P
2	858.5	0	0	0	0	0	F
3	121.0	0	0	0	0	0	F
4	-68.2	0	0	0	0	0	F
5	900.0	0	0	0	0	0	F
6	-170.0	0	0	0	0	0	F
7	127.6	0	0	0	0	0	F
8	-61.6	0	0	0	0	0	F
9	900.0	0	0	0	0	0	F
10	-170.0	0	0	0	0	0	F
11	134.2	0	0	0	0	0	F
12	-55.0	0	0	0	0	0	F
13	626.0	0	0	0	0	0	F
14	-170.0	0	0	0	0	0	F
15	140.0	0	0	0	0	0	F
16	-48.5	0	0	0	0	0	F
17	-170.0	0	0	0	0	0	F
18	900.0	0	0	0	0	0	F
19	147.4	0	0	0	0	0	F
20	-41.0	0	0	0	0	0	F
21	858.5	0	0	0	0	0	F
22	-170.0	0	0	0	0	0	F



## DADOS DAS CARGAS (LAM. =9.39)

N=4283.0T HY=- 490T HZ= 0T MX=- 2998TM MY= 0TM MZ=4780.0TM

## INTERACAO 1

DESL. E ROT. DO BLOCO

DX	DY	DZ	RX	RY	RZ
0.000M	- 0.000M	0.000M	- 0.007RD	- 0.000RD	0.000RD

ESF. NAS ESTACAS - SISTEMA LOCAL

ESTACA	FX	FY	FZ	MX	MY	MZ	
1	-22.7	0	0	0	0	0	E
2	413.1	0	0	0	0	0	E
3	290.9	0	0	0	0	0	E
4	113.1	0	0	0	0	0	E
5	900.0	0	0	0	0	0	P
6	-170.0	0	0	0	0	0	P
7	290.9	0	0	0	0	0	E
8	113.1	0	0	0	0	0	E
9	640.5	0	0	0	0	0	E
10	-170.0	0	0	0	0	0	P
11	290.9	0	0	0	0	0	E
12	113.1	0	0	0	0	0	E
13	223.1	0	0	0	0	0	E
14	167.2	0	0	0	0	0	E
15	290.9	0	0	0	0	0	E
16	113.1	0	0	0	0	0	E
17	-170.0	0	0	0	0	0	P
18	584.6	0	0	0	0	0	E
19	290.9	0	0	0	0	0	E
20	113.1	0	0	0	0	0	E
21	498.9	0	0	0	0	0	E
22	-108.6	0	0	0	0	0	E

## INTERACAO 2

DESL. E ROT. DO BLOCO

DX	DY	DZ	RX	RY	RZ
0.000M	- 0.020M	- 0.000M	- 0.015RD	0.000RD	0.000RD

ESF. NAS ESTACAS - SISTEMA LOCAL

ESTACA	FX	FY	FZ	MX	MY	MZ	
1	-170.0	0	0	0	0	0	P
2	610.1	0	0	0	0	0	E
3	164.4	0	0	0	0	0	E
4	-13.2	0	0	0	0	0	E
5	900.0	0	0	0	0	0	P
6	-170.0	0	0	0	0	0	P
7	190.1	0	0	0	0	0	E
8	12.4	0	0	0	0	0	E
9	900.0	0	0	0	0	0	P
10	-170.0	0	0	0	0	0	P
11	215.9	0	0	0	0	0	E
12	38.2	0	0	0	0	0	E
13	353.4	0	0	0	0	0	E
14	-83.0	0	0	0	0	0	E
15	241.6	0	0	0	0	0	E
16	63.9	0	0	0	0	0	E
17	-170.0	0	0	0	0	0	P
18	790.2	0	0	0	0	0	E
19	267.4	0	0	0	0	0	E
20	89.6	0	0	0	0	0	E
21	695.9	0	0	0	0	0	E
22	-170.0	0	0	0	0	0	P

## INTERACAO 3

DESL. E ROT. DO BLOCO

DX	DY	DZ	RX	RY	RZ
0.000M	- 0.040M	- 0.000M	- 0.025RD	0.000RD	0.000RD

ESF. NAS ESTACAS - SISTEMA LOCAL

ESTACA	FX	FY	FZ	MX	MY	MZ	
1	-170.0	0	0	0	0	0	P
2	900.0	0	0	0	0	0	P
3	131.3	0	0	0	0	0	E
4	-62.9	0	0	0	0	0	E
5	900.0	0	0	0	0	0	P
6	-170.0	0	0	0	0	0	P
7	138.4	0	0	0	0	0	E
8	-55.8	0	0	0	0	0	E
9	900.0	0	0	0	0	0	P
10	-170.0	0	0	0	0	0	P
11	145.6	0	0	0	0	0	E
12	-48.7	0	0	0	0	0	E
13	517.5	0	0	0	0	0	E
14	-170.0	0	0	0	0	0	P
15	152.7	0	0	0	0	0	E
16	-41.5	0	0	0	0	0	E
17	-170.0	0	0	0	0	0	P
18	900.0	0	0	0	0	0	P
19	159.8	0	0	0	0	0	E
20	-34.4	0	0	0	0	0	E
21	900.0	0	0	0	0	0	P
22	-170.0	0	0	0	0	0	P

ESTAQUEAMENTO ROMPEU

## VIII.2 - Exemplo VIII.2

Este exemplo consiste no cálculo de um estaqueamento constituído por 10 estacas tipo Franki Ø 520mm. (Fig.

O vetor do carregamento de serviço é dado por:

$$\vec{E} = (1250tf; 0; 0; 0; 0; 0)$$

Na primeira fase analisamos a segurança do estaqueamento para cargas verticais. Neste caso o vetor de acréscimo de carga é dado por:

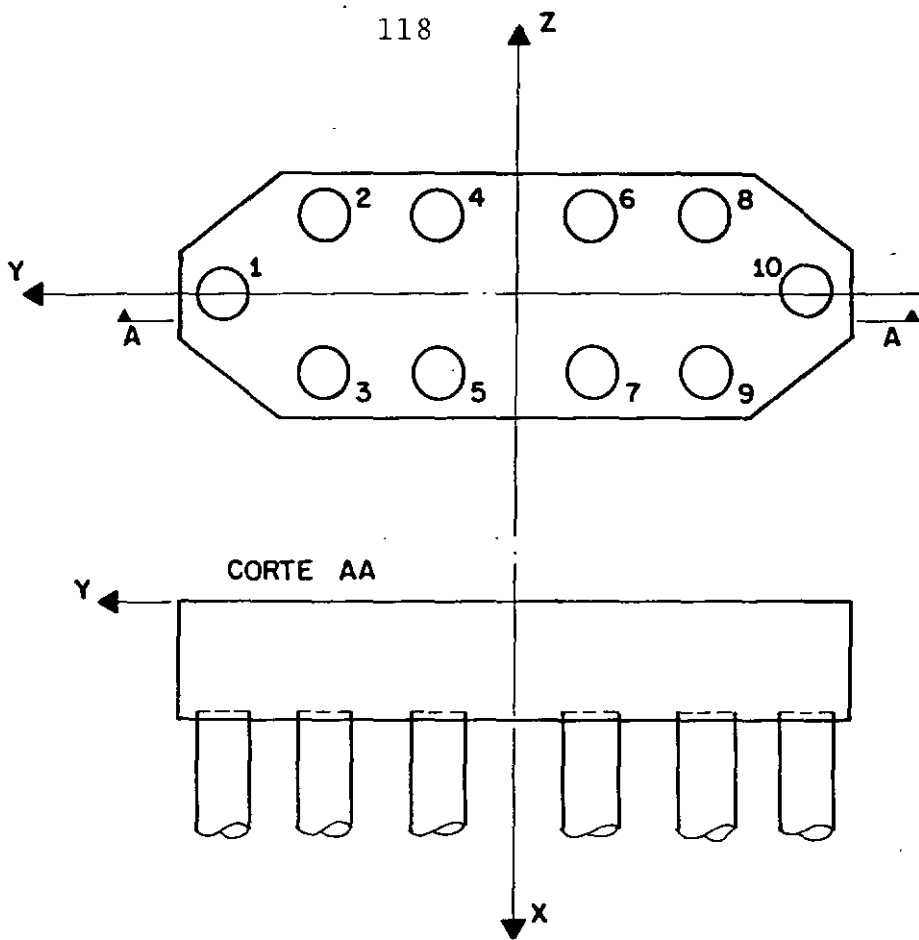
$$\vec{\epsilon}_1 = (250tf; 0; 0; 0; 0; 0)$$

Verificamos que o estaqueamento rompe para  $\lambda = 2,84$ , com todas as estacas atingindo ao mesmo tempo a plastificação. Na Fig.38 traçamos a curva carga x deslocamento do bloco.

Na segunda fase analisamos a segurança do estaqueamento para momentos  $M_z$ . O vetor de acréscimo de carga é:

$$\vec{\epsilon}_z = (0; 0; 0; 0; 0; 500tfm).$$

Verificamos que o estaqueamento rompe para  $\lambda = 4,15$ , com a plastificação progressiva das estacas mais afastadas. Na Fig.38 traçamos a curva carga x deslocamento do bloco.



CURVA CARGA x RECALQUE

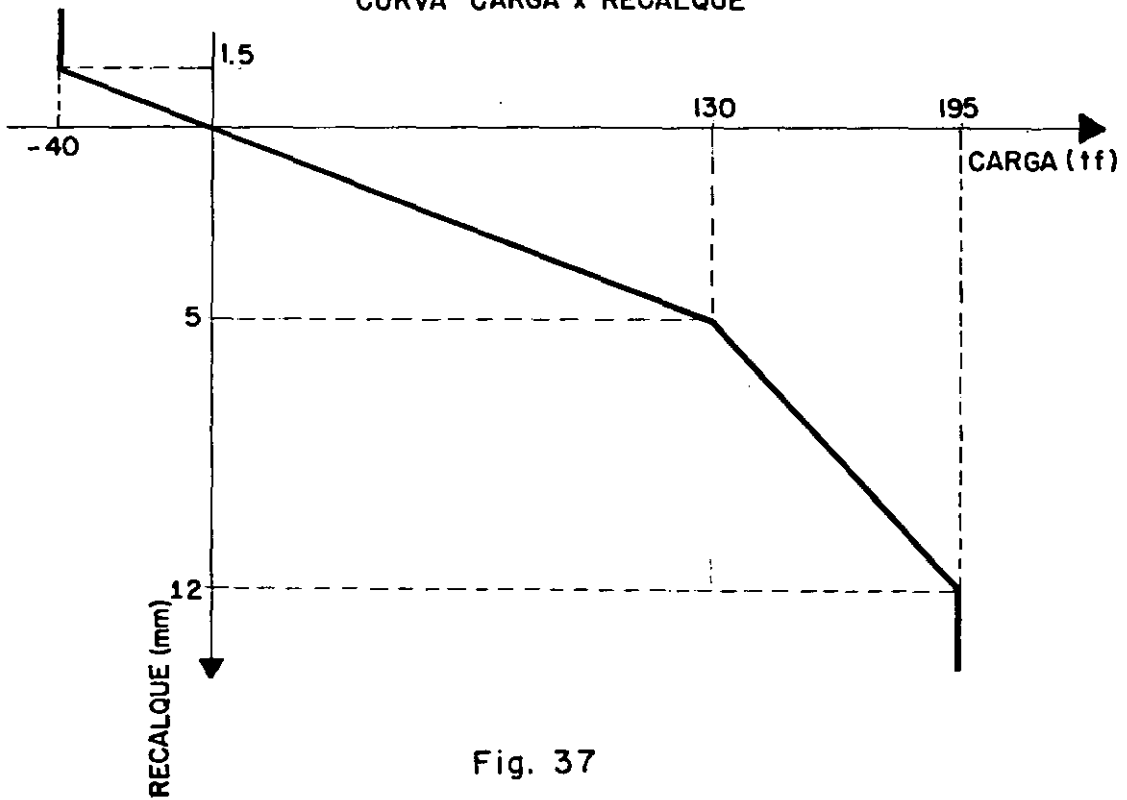


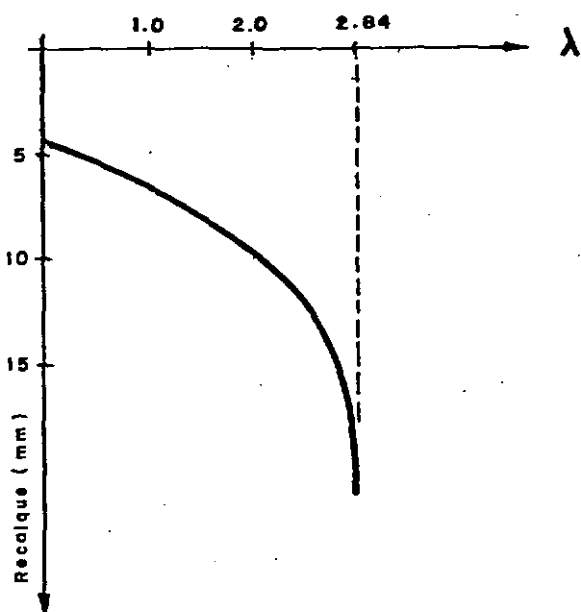
Fig. 37

$$\text{CARREGAMENTO: } \vec{EI} = \vec{E_0} + \lambda \vec{E_1}$$

$$\vec{E_0} = (1250 \text{ tf} ; 0 ; 0 ; 0 ; 0 ; 0)$$

$$\vec{E_1} = (250 \text{ tf} ; 0 ; 0 ; 0 ; 0 ; 0)$$

119



$$\text{CARREGAMENTO: } \vec{E_2} = \vec{E_0} + \lambda \vec{E_2}$$

$$\vec{E_0} = (1250 \text{ tf} ; 0 ; 0 ; 0 ; 0 ; 0)$$

$$\vec{E_2} = (0 ; 0 ; 0 ; 0 ; 0 ; 500 \text{ tfm})$$

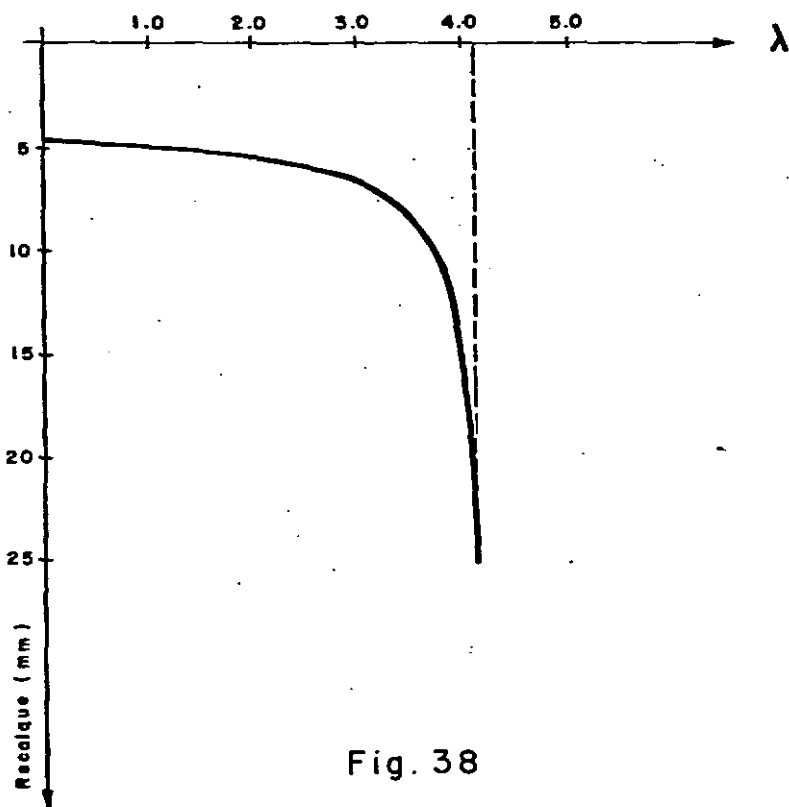


Fig. 38

# CALC. DE ESTAQ. ANALISE ELASTO-PLASTICA

## TESE DE MESTRADO - DAC

120

### DADOS DAS ESTACAS

ESTACA	X	Y	Z	T	PE	PL	ALFA	BETA	GAMA
1	1.50	3.80	0.00	-40	130	195	0.00	0.0	0.0
2	1.50	2.50	1.00	-40	130	195	0.00	0.0	0.0
3	1.50	2.50	-1.00	-40	130	195	0.00	0.0	0.0
4	1.50	1.00	1.00	-40	130	195	0.00	0.0	0.0
5	1.50	1.00	-1.00	-40	130	195	0.00	0.0	0.0
6	1.50	-1.00	1.00	-40	130	195	0.00	0.0	0.0
7	1.50	-1.00	-1.00	-40	130	195	0.00	0.0	0.0
8	1.50	-2.50	1.00	-40	130	195	0.00	0.0	0.0
9	1.50	-2.50	-1.00	-40	130	195	0.00	0.0	0.0
10	1.50	-3.80	0.00	-40	130	195	0.00	0.0	0.0

### DADOS DAS CARGAS (LAM. = 0.00)

N=1250.0T HY= 0T HZ= 0T MX= 0TM MY= 0TM MZ= 0.0TM

### ITERACAO 1

#### DESL. E ROT. DO BLOCO

DX	DY	DZ	RX	RY	RZ
4.80MM	0.00MM	0.00MM	0.000RD	0.000RD	0.000RD

#### ESF. NAS ESTACAS - SISTEMA LOCAL

ESTACA	FX	FY	FZ	MX	MY	MZ	
1	125.0	0	0	0	0	0	E
2	125.0	0	0	0	0	0	E
3	125.0	0	0	0	0	0	E
4	125.0	0	0	0	0	0	E
5	125.0	0	0	0	0	0	E
6	125.0	0	0	0	0	0	E
7	125.0	0	0	0	0	0	E
8	125.0	0	0	0	0	0	E
9	125.0	0	0	0	0	0	E
10	125.0	0	0	0	0	0	E

## DADOS DAS CARGAS (LAM. =1. 00)

N=1500. 0T    HY=    0T    HZ=    0T    MX=    0TM    MY=    0TM    MZ=    0. 0TM

## DESL. E ROT. DO BLOCO

DX	DY	DZ	RX	RY	RZ
6. 65MM	0. 00MM	0. 00MM	0. 000RD	0. 000RD	0. 000RD

## ESF. NAS ESTACAS - SISTEMA LOCAL

ESTACA	FX	FY	FZ	MX	MY	MZ	
1	149. 9	0	0	0	0	0	EP
2	149. 9	0	0	0	0	0	EP
3	149. 9	0	0	0	0	0	EP
4	149. 9	0	0	0	0	0	EP
5	149. 9	0	0	0	0	0	EP
6	149. 9	0	0	0	0	0	EP
7	149. 9	0	0	0	0	0	EP
8	149. 9	0	0	0	0	0	EP
9	149. 9	0	0	0	0	0	EP
10	149. 9	0	0	0	0	0	EP



## DADOS DAS CARGAS (LAM. =2. 00)

N=1750. 0T    HY=    0T    HZ=    0T    MX=    0TM    MY=    0TM    MZ=    0. 0TM

## DESL. E ROT. DO BLOCO

DX	DY	DZ	RX	RY	RZ
9. 56MM	0. 00MM	0. 00MM	0. 000RD	0. 000RD	- 0. 000RD

## ESF. NAS ESTAÇAS - SISTEMA LOCAL

ESTACA	FX	FY	FZ	MX	MY	MZ	
1	174. 9	0	0	0	0	0	EP
2	174. 9	0	0	0	0	0	EP
3	174. 9	0	0	0	0	0	EP
4	174. 9	0	0	0	0	0	EP
5	174. 9	0	0	0	0	0	EP
6	174. 9	0	0	0	0	0	EP
7	174. 9	0	0	0	0	0	EP
8	174. 9	0	0	0	0	0	EP
9	174. 9	0	0	0	0	0	EP
10	174. 9	0	0	0	0	0	EP

## DADOS DAS CARGAS (LAM. =2.84)

N=1960.0T    HY=    0T    HZ=    0T    MX=    0TM    MY=    0TM    MZ=    0.0TM

## DESL. E ROT. DO BLOCO

DX	DY	DZ	RX	RY	RZ
12.02MM	0.00MM	0.00MM	0.000RD	0.000RD	- 0.000RD

## ESF. NAS ESTACAS - SISTEMA LOCAL

ESTACA	FX	FY	FZ	MX	MY	MZ	
1	195.0	0	0	0	0	0	P
2	195.0	0	0	0	0	0	P
3	195.0	0	0	0	0	0	P
4	195.0	0	0	0	0	0	P
5	195.0	0	0	0	0	0	P
6	195.0	0	0	0	0	0	P
7	195.0	0	0	0	0	0	P
8	195.0	0	0	0	0	0	P
9	195.0	0	0	0	0	0	P
10	195.0	0	0	0	0	0	P

ESTAQUEAMENTO ROMPEU

# DADOS DAS CARGAS (LAM. = 1.00)

N=1250.0T HY= 0T HZ= 0T MX= 0TM MY= 0TM MZ= 500.0TM

DESL. E ROT. DO BLOCO

DX	DY	DZ	RX	RY	RZ
5.10MM	0.00MM	0.00MM	0.000RD	0.000RD	0.047RD

ESF. NAS ESTACAS - SISTEMA LOCAL

ESTACA	FX	FY	FZ	MX	MY	MZ	
1	85.8	0	0	0	0	0	E
2	101.8	0	0	0	0	0	E
3	101.8	0	0	0	0	0	E
4	120.4	0	0	0	0	0	E
5	120.4	0	0	0	0	0	E
6	139.4	0	0	0	0	0	EP
7	139.4	0	0	0	0	0	EP
8	144.7	0	0	0	0	0	EP
9	144.7	0	0	0	0	0	EP
10	150.9	0	0	0	0	0	EP

## DADOS DAS CARGAS (LAM. =2. 00)

N=1250. 0T    HY=    0T    HZ=    0T    MX=    0TM    MY=    0TM    MZ=1000. 0TM

## DESL. E ROT. DO BLOCO

DX	DY	DZ	RX	RY	RZ
5. 68MM	0. 00MM	0. 00MM	0. 000RD	0. 000RD	0. 105RD

## ESF. NAS ESTACAS - SISTEMA LOCAL

ESTACA	FX	FY	FZ	MX	MY	MZ	
1	43. 3	0	0	0	0	0	E
2	79. 1	0	0	0	0	0	E
3	79. 1	0	0	0	0	0	E
4	120. 4	0	0	0	0	0	E
5	120. 4	0	0	0	0	0	E
6	149. 6	0	0	0	0	0	EP
7	149. 6	0	0	0	0	0	EP
8	165. 0	0	0	0	0	0	EP
9	165. 0	0	0	0	0	0	EP
10	178. 1	0	0	0	0	0	EP

## DADOS DAS CARGAS (LAM. = 3. 00)

N=1250. 0T    HY=    0T    HZ=    0T    MX=    0TM    MY=    0TM    MZ=1500. 0TM

## DESL. E ROT. DO BLOCO

DX	DY	DZ	RX	RY	RZ
6. 43MM	0. 00MM	0. 00MM	0. 000RD	0. 000RD	0. 172RD

## ESF. NAS ESTACAS - SISTEMA LOCAL

ESTACA	FX	FY	FZ	MX	MY	MZ	
1	-3. 2	0	0	0	0	0	E
2	55. 1	0	0	0	0	0	E
3	55. 1	0	0	0	0	0	E
4	122. 4	0	0	0	0	0	E
5	122. 4	0	0	0	0	0	E
6	163. 4	0	0	0	0	0	EP
7	163. 4	0	0	0	0	0	EP
8	188. 0	0	0	0	0	0	EP
9	188. 0	0	0	0	0	0	EP
10	195. 0	0	0	0	0	0	P

## DADOS DAS CARGAS (LAM. =4. 00)

N=1250. 0T    HY=    0T    HZ=    0T    MX=    0TM    MY=    0TM    MZ=2000. 0TM

DESL. E ROT. DO BLOCO

DX	DY	DZ	RX	RY	RZ
16. 50MM	0. 00MM	0. 00MM	0. 000RD	0. 000RD	0. 600RD

ESF. NAS ESTACAS - SISTEMA LOCAL

ESTACA	FX	FY	FZ	MX	MY	MZ	
1	-40. 0	0	0	0	0	0	P
2	-18. 9	0	0	0	0	0	E
3	-18. 9	0	0	0	0	0	E
4	176. 4	0	0	0	0	0	EP
5	176. 4	0	0	0	0	0	EP
6	195. 0	0	0	0	0	0	P
7	195. 0	0	0	0	0	0	P
8	195. 0	0	0	0	0	0	P
9	195. 0	0	0	0	0	0	P
10	195. 0	0	0	0	0	0	P

## DADOS DAS CARGAS (LAM. =4. 10)

N=1250. 0T    HY=    0T    HZ=    0T    MX=    0TM    MY=    0TM    MZ=2050. 0TM

## DESL. E ROT. DO BLOCO

DX	DY	DZ	RX	RY	RZ
19. 69MM	0. 00MM	0. 00MM	0. 000RD	0. 000RD	0. 842RD

## ESF. NAS ESTACAS - SISTEMA LOCAL

ESTACA	FX	FY	FZ	MX	MY	MZ	
1	-40. 0	0	0	0	0	0	P
2	-35. 6	0	0	0	0	0	E
3	-35. 6	0	0	0	0	0	E
4	193. 1	0	0	0	0	0	EP
5	193. 1	0	0	0	0	0	EP
6	195. 0	0	0	0	0	0	P
7	195. 0	0	0	0	0	0	P
8	195. 0	0	0	0	0	0	P
9	195. 0	0	0	0	0	0	P
10	195. 0	0	0	0	0	0	P

## DADOS DAS CARGAS (LAM. = 4. 15)

N=1250. 0T    HY=    0T    HZ=    0T    MX=    0TM    MY=    0TM    MZ=2075. 0TM

DESL. E ROT. DO BLOCO

DX	DY	DZ	RX	RY	RZ
25. 13MM	0. 00MM	0. 00MM	0. 000RD	0. 000RD	1. 073RD

ESF. NAS ESTACAS - SISTEMA LOCAL

ESTACA	FX	FY	FZ	MX	MY	MZ	
1	-40. 0	0	0	0	0	0	P
2	-40. 0	0	0	0	0	0	P
3	-40. 0	0	0	0	0	0	P
4	195. 0	0	0	0	0	0	P
5	195. 0	0	0	0	0	0	P
6	195. 0	0	0	0	0	0	P
7	195. 0	0	0	0	0	0	P
8	195. 0	0	0	0	0	0	P
9	195. 0	0	0	0	0	0	P
10	195. 0	0	0	0	0	0	P

ESTAQUEAMENTO ROMPEU



## VIII.3 - Exemplo VIII.3

Este exemplo consiste no cálculo de um estaqueamento de um dolfim de amarração constituído por 16 estacas, com a curva carga x recalque indicada na Fig. 39.

O carregamento de serviço é constituído pelo peso próprio do bloco de coroamento das estacas (300tf) e pela força de serviço de amarração do navio (90tf), ou seja:

$$\vec{E} = (300\text{tf}; 90\text{tf}; 0; 0; 0; 0;)$$

Como praticamente não temos dúvidas em relação ao peso do bloco, desejamos analisar a rotura do estaqueamento em relação ao esforço horizontal de amarração do navio, ou seja:

$$\vec{e} = (0; 90\text{tf}; 0; 0; 0; 0;)$$

Verificamos que o estaqueamento rompe para o valor de  $\gamma = 2.0$ , ou seja:

$$\vec{E}_{R_1} = \vec{E} + 2 \cdot \vec{e}_1$$

$$\vec{E}_{R_1} = (300\text{tf}; 270\text{tf}; 0; 0; 0; 0;)$$

Reparem que não teria sentido usarmos o mesmo coeficiente de segurança de carga para o peso próprio do bloco, que pode ser perfeitamente determinado e praticamente sem qualquer possibilidade de modificação, e para a força de amarração do navio que, além de ser questionável a determinação de seu valor, pode sofrer modificações sensíveis quanto ao módulo e direção.

Por exemplo, considerando que a direção da força

de amarração possa sofrer variação de  $30^{\circ}$ , vamos analisar a rotura do estaqueamento em relação a este esforço:

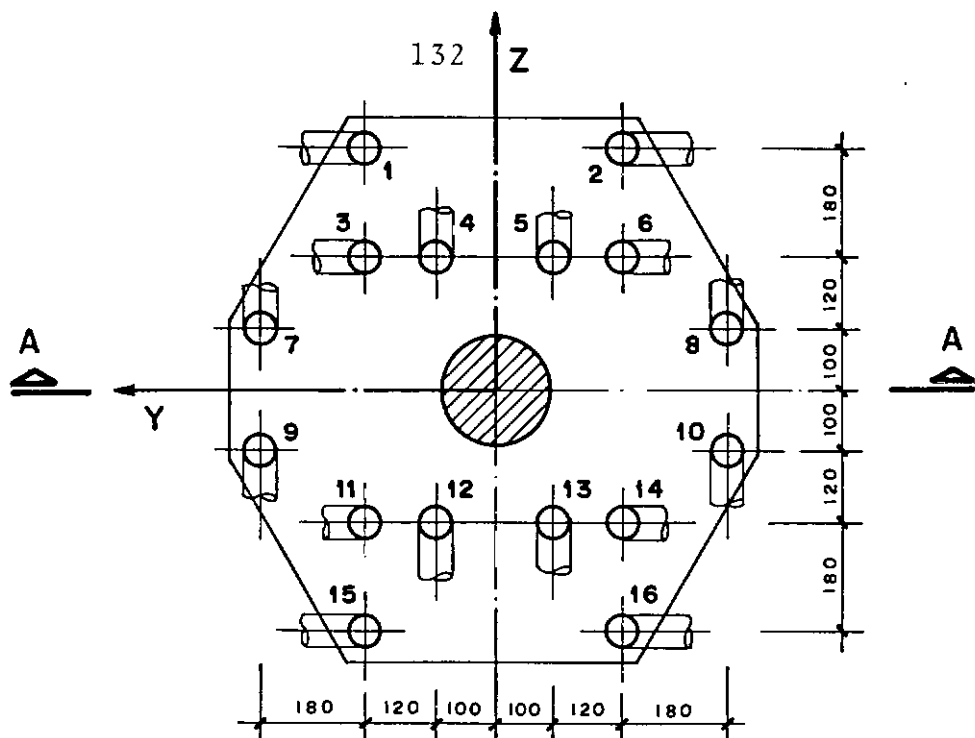
$$\vec{\epsilon}_2 = (0; 90 \cos 30^{\circ}; 90 \sin 30^{\circ}; 0; 0; 0)$$

Verificamos que o estaqueamento rompeu para o valor de  $\lambda = 1.0$ , ou seja:

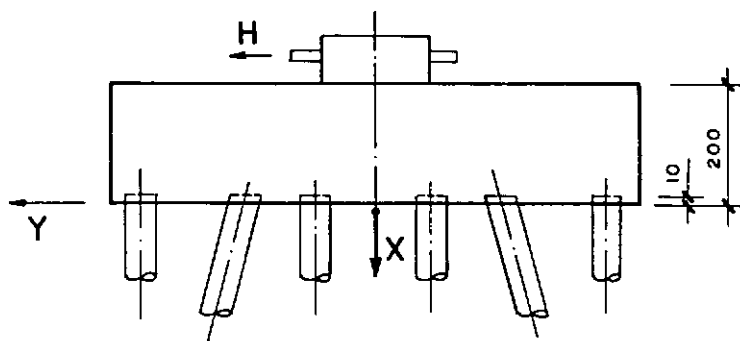
$$\vec{E}_{R_2} = \vec{E} + \lambda \vec{\epsilon}_2$$

$$\vec{E}_{R_2} = (300tf; 180 \cos 30^{\circ}; 180 \sin 30^{\circ}; 0; 0; 0)$$

# PLANTA



## Corte A-A



## CURVA CARGA x RECALQUE

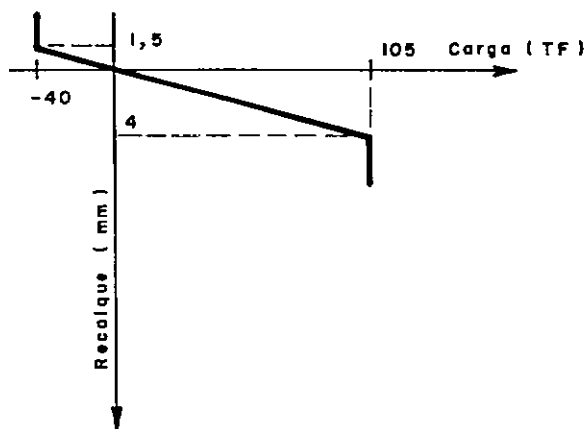


Fig. 39

CALC. DE ESTAQ. ANALISE ELASTO-PLASTICA

TESE DE MESTRADO - DAC

DADOS DAS ESTACAS

ESTACA	X	Y	Z	T	PE	PL	ALFA	BETA	GAMA
1	2.00	2.20	4.00	-40	105	105	14.04	0.0	0.0
2	2.00	-2.20	4.00	-40	105	105	14.04	180.0	0.0
3	2.00	2.20	2.20	-40	105	105	14.04	0.0	0.0
4	2.00	1.00	2.20	-40	105	105	14.04	90.0	0.0
5	2.00	-1.00	2.20	-40	105	105	14.04	90.0	0.0
6	2.00	-2.20	2.20	-40	105	105	14.04	180.0	0.0
7	2.00	4.00	1.00	-40	105	105	14.04	90.0	0.0
8	2.00	-4.00	1.00	-40	105	105	14.04	90.0	0.0
9	2.00	4.00	-1.00	-40	105	105	14.04	270.0	0.0
10	2.00	2.20	-2.20	-40	105	105	14.04	0.0	0.0
11	2.00	1.00	-2.20	-40	105	105	14.04	270.0	0.0
12	2.00	-1.00	-2.20	-40	105	105	14.04	270.0	0.0
13	2.00	-2.20	-2.20	-40	105	105	14.04	180.0	0.0
14	2.00	-4.00	1.00	-40	105	105	14.04	270.0	0.0
15	2.00	2.20	-4.00	-40	105	105	14.04	0.0	0.0
16	2.00	-2.20	-4.00	-40	105	105	14.04	180.0	0.0

## DADOS DAS CARGAS (LAM. = 0. 00)

N= 300. 0T    HY= 90T    HZ= 0T    MX= 0TM    MY= 0TM    MZ= 0. 0TM

## INTERACAO 1

DESL. E ROT. DO BLOCO

DX	DY	DZ	RX	RY	RZ
0. 00CM	0. 01CM	0. 00CM	0. 000RD	- 0. 000RD	0. 000RD

ESF. NAS ESTACAS - SISTEMA LOCAL

ESTACA	FX	FY	FZ	MX	MY	MZ	
1	60. 6	0	0	0	0	0	E
2	-31. 6	0	0	0	0	0	E
3	62. 9	0	0	0	0	0	E
4	9. 0	0	0	0	0	0	E
5	27. 7	0	0	0	0	0	E
6	-29. 4	0	0	0	0	0	E
7	-17. 4	0	0	0	0	0	E
8	57. 3	0	0	0	0	0	E
9	-18. 8	0	0	0	0	0	E
10	68. 7	0	0	0	0	0	E
11	11. 0	0	0	0	0	0	E
12	30. 0	0	0	0	0	0	E
13	-24. 2	0	0	0	0	0	E
14	54. 4	0	0	0	0	0	E
15	71. 1	0	0	0	0	0	E
16	-22. 1	0	0	0	0	0	E

## DADOS DAS CARGAS (LAM. =2. 00)

N= 300. 0T      HY= 270T      HZ=    0T      MX=    0TM      MY=    0TM      MZ=    0. 0TM

## INTERACAO    1.

DESL. E ROT. DO BLOCO

DX	DY	DZ	RX	RY	RZ
0. 00CM	0. 05CM	0. 00CM	0. 000RD	- 0. 000RD	0. 001RD

ESF. NAS ESTACAS - SISTEMA LOCAL

ESTACA	FX	FY	FZ	MX	MY	MZ	
1	105. 0	0	0	0	0	0	P
2	-40. 0	0	0	0	0	0	P
3	105. 0	0	0	0	0	0	P
4	-10. 7	0	0	0	0	0	E
5	45. 2	0	0	0	0	0	E
6	-40. 0	0	0	0	0	0	P
7	-40. 0	0	0	0	0	0	P
8	105. 0	0	0	0	0	0	P
9	-40. 0	0	0	0	0	0	P
10	105. 0	0	0	0	0	0	P
11	-6. 1	0	0	0	0	0	E
12	50. 4	0	0	0	0	0	E
13	-40. 0	0	0	0	0	0	P
14	105. 0	0	0	0	0	0	P
15	105. 0	0	0	0	0	0	P
16	-40. 0	0	0	0	0	0	P

ESTAQUEAMENTO ROMPEU

## DADOS DAS CARGAS (LAM. = 0. 00)

N= 300. 0T      HY= 80T      HZ= 40T      MX= 0TM      MY= 0TM      MZ= 0. 0TM

## INTERACAO 1

DESL. E ROT. DO BLOCO

DX	DY	DZ	RX	RY	RZ
0. 00CM	0. 01CM	0. 00CM	0. 000RD	- 0. 000RD	0. 000RD

ESF. NAS ESTACAS - SISTEMA LOCAL

ESTACA	FX	FY	FZ	MX	MY	MZ	
1	49. 5	0	0	0	0	0	E
2	-31. 7	0	0	0	0	0	E
3	54. 6	0	0	0	0	0	E
4	29. 5	0	0	0	0	0	E
5	46. 3	0	0	0	0	0	E
6	-27. 1	0	0	0	0	0	E
7	7. 5	0	0	0	0	0	E
8	74. 8	0	0	0	0	0	E
9	-36. 7	0	0	0	0	0	E
10	67. 1	0	0	0	0	0	E
11	-7. 3	0	0	0	0	0	E
12	10. 0	0	0	0	0	0	E
13	-15. 9	0	0	0	0	0	E
14	27. 5	0	0	0	0	0	E
15	72. 2	0	0	0	0	0	E
16	-11. 3	0	0	0	0	0	E

# DADOS DAS CARGAS (LAM. =1. 00)

N= 300.0T    HY= 160T    HZ= 80T    MX=    0TM    MY=    0TM    MZ=    0.0TM

DESL. E ROT. DO BLOCO

DX	DY	DZ	RX	RY	RZ
- 0.00CM	0.39CM	0.13CM	0.016RD	- 0.018RD	0.010RD

ESF. NAS ESTACAS - SISTEMA LOCAL

ESTACA	FX	FY	FZ	MX	MY	MZ	
1	-40.0	0	0	0	0	0	P
2	-40.0	0	0	0	0	0	P
3	105.0	0	0	0	0	0	P
4	-40.0	0	0	0	0	0	P
5	105.0	0	0	0	0	0	P
6	-40.0	0	0	0	0	0	P
7	-23.2	0	0	0	0	0	E
8	105.0	0	0	0	0	0	P
9	-40.0	0	0	0	0	0	P
10	105.0	0	0	0	0	0	P
11	-40.0	0	0	0	0	0	P
12	105.0	0	0	0	0	0	P
13	-40.0	0	0	0	0	0	P
14	-40.0	0	0	0	0	0	P
15	105.0	0	0	0	0	0	P
16	-40.0	0	0	0	0	0	P

ESTAQUEAMENTO ROMPEU



## VIII.4 - Exemplo VIII.4

Analisaremos o estaqueamento de um pilar de ponte constituído por 28 estacas tipo Franki Ø 520mm, segundo indicado na Fig. 40 .

A curva carga x recalque das estacas foi obtida de acordo com o método de cálculo indicado nas bibliografias 1 e 2.

Pode-se notar que a partir de 130tf a rigidez das estacas diminui para aproximadamente 30% do valor inicial. As cargas de rotura à tração e à compressão indicadas já estão minoradas por um fator de segurança parcial da capacidade de carga no valor de 1,5.

O vetor do carregamento de serviço é dado por:

$$\vec{E} = (2449\text{tf}; 75\text{tf}; 60\text{tf}; 0; 1275\text{tfm}; -527\text{tfm}).$$

Verificaremos o comportamento do estaqueamento para aumentos de carga independentes segundo as direções x (carga vertical), y (carga horizontal longitudinal) e z (carga horizontal transversal).

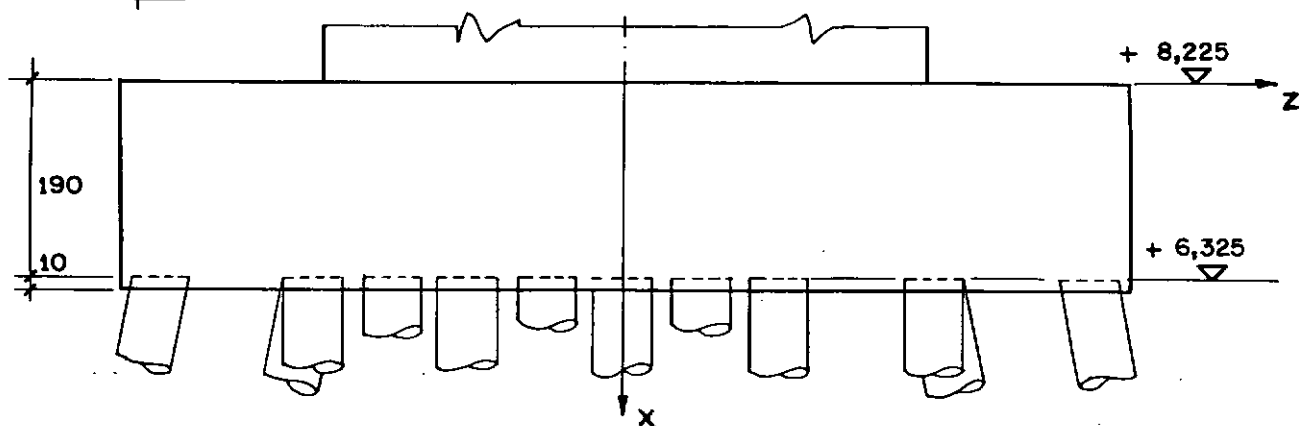
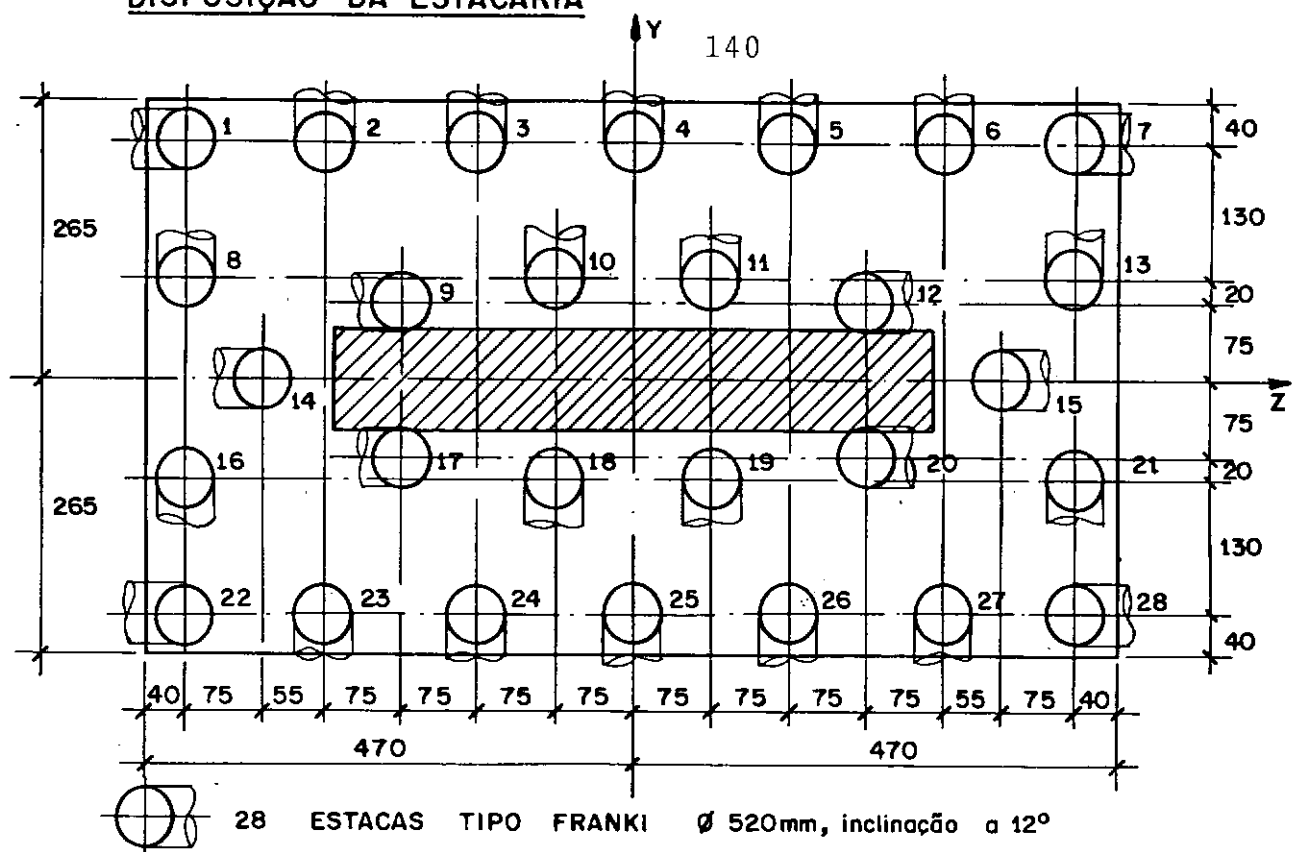
Para a carga vertical ( $F_x$ ), o estaqueamento rompe para uma carga duas vezes maior do que a carga de serviço.

Para a carga horizontal ( $F_y$ ), o estaqueamento rompe para uma carga seis vezes maior do que a carga de serviço, enquanto que para  $F_z$  a rotura ocorre para uma carga quatro vezes superior a de serviço.

Notamos que embora o estaqueamento esteja corretamente projetado segundo critério elástico (a carga máxima

em serviço é de 127,6tf), a análise elasto-plástica mostra que a segurança é excessiva e poderíamos diminuir o número de estacas, proporcionando maior economia.

# DISPOSIÇÃO DA ESTACARIA



## CURVA CARGA x RECALQUE DAS ESTACAS

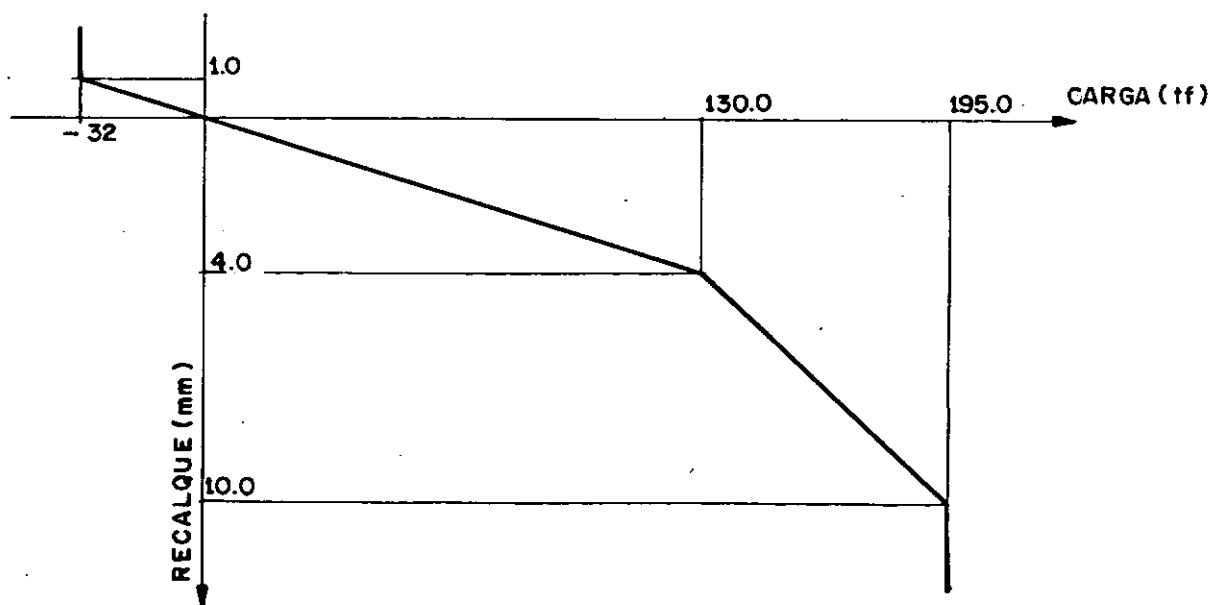


Fig. 40

CALC. DE ESTAB. ANALISE ELASTO-PLASTICA  
TESE DE MESTRADO - DAC

DADOS DAS ESTACAS

ESTACA	X	Y	Z	T	PE	PL	ALFA	BETA	GAMA
1	1.90	2.25	-4.30	-32	130	195	12.00	270.0	0.0
2	1.90	2.25	-3.00	-32	130	195	12.00	0.0	0.0
3	1.90	2.25	-1.50	-32	130	195	12.00	0.0	0.0
4	1.90	2.25	0.00	-32	130	195	12.00	0.0	0.0
5	1.90	2.25	1.50	-32	130	195	12.00	0.0	0.0
6	1.90	2.25	3.00	-32	130	195	12.00	0.0	0.0
7	1.90	2.25	4.30	-32	130	195	12.00	90.0	0.0
8	1.90	0.95	-4.30	-32	130	195	12.00	0.0	0.0
9	1.90	0.75	-2.25	-32	130	195	12.00	270.0	0.0
10	1.90	0.95	-0.75	-32	130	195	12.00	0.0	0.0
11	1.90	0.95	0.75	-32	130	195	12.00	0.0	0.0
12	1.90	0.75	2.25	-32	130	195	12.00	90.0	0.0
13	1.90	0.95	4.30	-32	130	195	12.00	0.0	0.0
14	1.90	0.00	-3.55	-32	130	195	12.00	270.0	0.0
15	1.90	0.00	3.55	-32	130	195	12.00	90.0	0.0
16	1.90	-0.95	-4.30	-32	130	195	12.00	180.0	0.0
17	1.90	-0.75	-2.25	-32	130	195	12.00	270.0	0.0
18	1.90	-0.95	-0.75	-32	130	195	12.00	180.0	0.0
19	1.90	-0.95	0.75	-32	130	195	12.00	180.0	0.0
20	1.90	-0.75	2.25	-32	130	195	12.00	90.0	0.0
21	1.90	-0.95	4.30	-32	130	195	12.00	180.0	0.0
22	1.90	-2.25	-4.30	-32	130	195	12.00	270.0	0.0
23	1.90	-2.25	-3.00	-32	130	195	12.00	180.0	0.0
24	1.90	-2.25	-1.50	-32	130	195	12.00	180.0	0.0
25	1.90	-2.25	0.00	-32	130	195	12.00	180.0	0.0
26	1.90	-2.25	1.50	-32	130	195	12.00	180.0	0.0
27	1.90	-2.25	3.00	-32	130	195	12.00	180.0	0.0
28	1.90	-2.25	4.30	-32	130	195	12.00	90.0	0.0

## DADOS DAS CARGAS (LAM. =0.00)

N=2449.0T    HY= 75T    HZ= 60T    MX= 0TM    MY= 1275TM    MZ=- 527.0TM

## INTERACAO 1

DESL. E ROT. DO BLOCO

DX	DY	DZ	RX	RY	RZ
0.000M	0.000M	0.000M	0.000RD	0.000RD	- 0.000RD

ESF. NAS ESTACAS - SISTEMA LOCAL

ESTACA	FX	FY	FZ	MX	MY	MZ	
1	63.0	0	0	0	0	0	E
2	100.4	0	0	0	0	0	E
3	105.7	0	0	0	0	0	E
4	111.0	0	0	0	0	0	E
5	116.3	0	0	0	0	0	E
6	121.6	0	0	0	0	0	E
7	127.6	0	0	0	0	0	E
8	92.4	0	0	0	0	0	E
9	66.3	0	0	0	0	0	E
10	104.9	0	0	0	0	0	E
11	110.2	0	0	0	0	0	E
12	116.4	0	0	0	0	0	E
13	122.7	0	0	0	0	0	E
14	59.7	0	0	0	0	0	E
15	119.1	0	0	0	0	0	E
16	56.0	0	0	0	0	0	E
17	62.3	0	0	0	0	0	E
18	68.5	0	0	0	0	0	E
19	73.8	0	0	0	0	0	E
20	112.5	0	0	0	0	0	E
21	86.3	0	0	0	0	0	E
22	51.1	0	0	0	0	0	E
23	57.1	0	0	0	0	0	E
24	62.4	0	0	0	0	0	E
25	67.7	0	0	0	0	0	E
26	73.0	0	0	0	0	0	E
27	78.3	0	0	0	0	0	E
28	115.7	0	0	0	0	0	E

## DADOS DAS CARGAS (LAM. =1.00)

N=4898.0T    HY= 75T    HZ= 60T    MX= 0TM    MY= 1275TM    MZ=- 527.0TM

DESL. E ROT. DO BLOCO

DX	DY	DZ	RX	RY	RZ
1.000M	4.940M	1.780M	- 1.089RD	0.235RD	0.052RD

## ESF. NAS ESTACAS - SISTEMA LOCAL

ESTACA	FX	FY	FZ	MX	MY	MZ	
1	195.0	0	0	0	0	0	P
2	195.0	0	0	0	0	0	P
3	195.0	0	0	0	0	0	P
4	195.0	0	0	0	0	0	P
5	195.0	0	0	0	0	0	P
6	195.0	0	0	0	0	0	P
7	195.0	0	0	0	0	0	P
8	195.0	0	0	0	0	0	P
9	195.0	0	0	0	0	0	P
10	195.0	0	0	0	0	0	P
11	195.0	0	0	0	0	0	P
12	195.0	0	0	0	0	0	P
13	195.0	0	0	0	0	0	P
14	-32.0	0	0	0	0	0	P
15	195.0	0	0	0	0	0	P
16	-32.0	0	0	0	0	0	P
17	195.0	0	0	0	0	0	P
18	-32.0	0	0	0	0	0	P
19	-32.0	0	0	0	0	0	P
20	195.0	0	0	0	0	0	P
21	-32.0	0	0	0	0	0	P
22	-32.0	0	0	0	0	0	P
23	195.0	0	0	0	0	0	P
24	195.0	0	0	0	0	0	P
25	195.0	0	0	0	0	0	P
26	195.0	0	0	0	0	0	P
27	195.0	0	0	0	0	0	P
28	195.0	0	0	0	0	0	P

ESTAQUEAMENTO ROMPEU

## DADOS DAS CARGAS (LAM. =4. 00)

N=2449. 0T    HY= 376T    HZ= 60T    MX= 0TM    MY= 1275TM    MZ=-2635. 0TM

## DESL. E ROT. DO BLOCO

DX	DY	DZ	RX	RY	RZ
0. 000M	0. 010M	0. 000M	0. 000RD	0. 000RD	- 0. 000RD

## ESF. NAS ESTACAS - SISTEMA LOCAL

ESTACA	FX	FY	FZ	MX	MY	MZ	
1	115. 3	0	0	0	0	0	E
2	175. 8	0	0	0	0	0	EP
3	179. 6	0	0	0	0	0	EP
4	183. 4	0	0	0	0	0	EP
5	187. 2	0	0	0	0	0	EP
6	191. 0	0	0	0	0	0	EP
7	156. 5	0	0	0	0	0	EP
8	163. 4	0	0	0	0	0	EP
9	182. 9	0	0	0	0	0	E
10	172. 4	0	0	0	0	0	EP
11	176. 3	0	0	0	0	0	EP
12	143. 0	0	0	0	0	0	EP
13	185. 3	0	0	0	0	0	EP
14	77. 7	0	0	0	0	0	E
15	142. 3	0	0	0	0	0	EP
16	-32. 0	0	0	0	0	0	P
17	73. 0	0	0	0	0	0	E
18	-24. 8	0	0	0	0	0	E
19	-11. 9	0	0	0	0	0	E
20	128. 9	0	0	0	0	0	E
21	18. 5	0	0	0	0	0	E
22	27. 9	0	0	0	0	0	E
23	-32. 0	0	0	0	0	0	P
24	-32. 0	0	0	0	0	0	P
25	-32. 0	0	0	0	0	0	P
26	-31. 3	0	0	0	0	0	E
27	-18. 4	0	0	0	0	0	E
28	115. 1	0	0	0	0	0	E

# DADOS DAS CARGAS (LAM. =4. 50)

N=2449.0T      HY= 414T      HZ= 60T      MX= 00TM      MY= 1275TM      MZ=-289

## DESL. E ROT. DO BLOCO

DX	DY	DZ	RX	RY	RZ
0.000M	0.040M	- 0.010M	0.000RD	0.001RD	- 0.000RD

## ESF. NAS ESTACAS - SISTEMA LOCAL

ESTACA	FX	FY	FZ	MX	MY	MZ	
1	84.2	0	0	0	0	0	E
2	195.0	0	0	0	0	0	P
3	195.0	0	0	0	0	0	P
4	195.0	0	0	0	0	0	P
5	195.0	0	0	0	0	0	P
6	195.0	0	0	0	0	0	P
7	174.7	0	0	0	0	0	EP
8	178.6	0	0	0	0	0	EP
9	129.5	0	0	0	0	0	E
10	195.0	0	0	0	0	0	P
11	195.0	0	0	0	0	0	P
12	131.6	0	0	0	0	0	EP
13	195.0	0	0	0	0	0	P
14	64.6	0	0	0	0	0	E
15	141.2	0	0	0	0	0	EP
16	-32.0	0	0	0	0	0	P
17	97.6	0	0	0	0	0	E
18	-32.0	0	0	0	0	0	P
19	-32.0	0	0	0	0	0	P
20	88.1	0	0	0	0	0	E
21	2.6	0	0	0	0	0	E
22	-11.4	0	0	0	0	0	E
23	-32.0	0	0	0	0	0	P
24	-32.0	0	0	0	0	0	P
25	-32.0	0	0	0	0	0	P
26	-32.0	0	0	0	0	0	P
27	-32.0	0	0	0	0	0	P
28	117.8	0	0	0	0	0	E



## DADOS DAS CARGAS (LAM. =5. 00)

N=2449. 0T    HY= 451T    HZ= 60T    MX= 0TM    MY= 1275TM    MZ=-3162. 0TM

## DESL. E ROT. DO BLOCO

DX	DY	DZ	RX	RY	RZ
0. 000M	0. 250M	- 0. 080M	- 0. 011RD	0. 007RD	- 0. 003RD

## ESF. NAS ESTACAS - SISTEMA LOCAL

ESTACA	FX	FY	FZ	MX	MY	MZ	
1	146. 2	0	0	0	0	0	EP
2	195. 0	0	0	0	0	0	P
3	195. 0	0	0	0	0	0	P
4	195. 0	0	0	0	0	0	P
5	195. 0	0	0	0	0	0	P
6	195. 0	0	0	0	0	0	P
7	195. 0	0	0	0	0	0	P
8	195. 0	0	0	0	0	0	P
9	275. 1	0	0	0	0	0	EP
10	195. 0	0	0	0	0	0	P
11	195. 0	0	0	0	0	0	P
12	-32. 0	0	0	0	0	0	P
13	195. 0	0	0	0	0	0	P
14	-32. 0	0	0	0	0	0	P
15	184. 0	0	0	0	0	0	EP
16	-32. 0	0	0	0	0	0	P
17	37. 4	0	0	0	0	0	EP
18	-32. 0	0	0	0	0	0	P
19	-32. 0	0	0	0	0	0	P
20	-32. 0	0	0	0	0	0	P
21	-32. 0	0	0	0	0	0	P
22	-32. 0	0	0	0	0	0	P
23	-32. 0	0	0	0	0	0	P
24	-32. 0	0	0	0	0	0	P
25	-32. 0	0	0	0	0	0	P
26	-32. 0	0	0	0	0	0	P
27	-32. 0	0	0	0	0	0	P
28	291. 7	0	0	0	0	0	EP

ESTAQUEAMENTO ROMPEU

## DADOS DAS CARGAS (LAM. = 2. 00)

N=2449. 0T    HY= 75T    HZ= 180T    MX= 0TM    MY= 3825TM    MZ=- 527. 0TM

DESL. E ROT. DO BLOCO

DX	DY	DZ	RX	RY	RZ
0. 000M	0. 000M	0. 010M	- 0. 000RD	0. 000RD	- 0. 000RD

## ESF. NAS ESTACAS - SISTEMA LOCAL

ESTACA	FX	FY	FZ	MX	MY	MZ	
1	-14. 8	0	0	0	0	0	E
2	84. 3	0	0	0	0	0	E
3	105. 9	0	0	0	0	0	E
4	127. 4	0	0	0	0	0	E
5	137. 0	0	0	0	0	0	EF
6	145. 3	0	0	0	0	0	EF
7	169. 3	0	0	0	0	0	EF
8	61. 8	0	0	0	0	0	E
9	4. 0	0	0	0	0	0	E
10	112. 6	0	0	0	0	0	E
11	134. 3	0	0	0	0	0	EF
12	155. 2	0	0	0	0	0	EF
13	151. 0	0	0	0	0	0	EF
14	-15. 8	0	0	0	0	0	E
15	161. 1	0	0	0	0	0	EF
16	32. 5	0	0	0	0	0	E
17	-2. 8	0	0	0	0	0	E
18	71. 5	0	0	0	0	0	E
19	88. 0	0	0	0	0	0	E
20	155. 3	0	0	0	0	0	EF
21	127. 0	0	0	0	0	0	E
22	-32. 0	0	0	0	0	0	E
23	42. 9	0	0	0	0	0	E
24	59. 4	0	0	0	0	0	E
25	75. 9	0	0	0	0	0	E
26	92. 4	0	0	0	0	0	E
27	108. 8	0	0	0	0	0	E
28	164. 5	0	0	0	0	0	EF

## DADOS DAS CARGAS (LAM. = 3. 00)

N=2449. 0T    HY= 75T    HZ= 240T    MX= 0TM    MY= 5100TM    MZ=- 527. 0TM

## DESL. E ROT. DO BLOCO

DX	DY	DZ	RX	RY	RZ
0. 000M	0. 000M	0. 020M	- 0. 000RD	0. 000RD	- 0. 000RD

## ESF. NAS ESTACAS - SISTEMA LOCAL

ESTACA	FX	FY	FZ	MX	MY	MZ	
1	-32. 0	0	0	0	0	0	P
2	66. 5	0	0	0	0	0	E
3	100. 2	0	0	0	0	0	E
4	133. 9	0	0	0	0	0	EP
5	143. 1	0	0	0	0	0	EP
6	154. 8	0	0	0	0	0	EP
7	195. 0	0	0	0	0	0	P
8	23. 6	0	0	0	0	0	E
9	-32. 0	0	0	0	0	0	P
10	103. 4	0	0	0	0	0	E
11	130. 7	0	0	0	0	0	EP
12	195. 0	0	0	0	0	0	P
13	158. 1	0	0	0	0	0	EP
14	-32. 0	0	0	0	0	0	P
15	195. 0	0	0	0	0	0	P
16	12. 3	0	0	0	0	0	E
17	-32. 0	0	0	0	0	0	P
18	60. 2	0	0	0	0	0	E
19	93. 3	0	0	0	0	0	E
20	195. 0	0	0	0	0	0	P
21	139. 6	0	0	0	0	0	EP
22	-32. 0	0	0	0	0	0	P
23	19. 5	0	0	0	0	0	E
24	62. 6	0	0	0	0	0	E
25	91. 6	0	0	0	0	0	E
26	115. 6	0	0	0	0	0	E
27	195. 0	0	0	0	0	0	P

ESTAQUEAMENTO ROMPEU

## CAPÍTULO IX

## CONCLUSÃO

O cálculo de estaqueamento através da análise elasto-plástica permite que as cargas nas estacas mais carregadas sejam re-distribuídas para as demais, em função das características do estaqueamento e da curva carga x recalque de cada estaca.

Deste modo, fica demonstrado que a rotura do estaqueamento depende não apenas da carga de rotura das estacas mas também da forma da curva carga x recalque, sendo recomendado o uso de fatores de segurança parciais para as cargas e para a capacidade de carga das estacas.

A análise elasto-plástica possibilita uma melhor utilização das estacas, obtendo-se maior economia nos projetos de fundações.

Com os métodos de cálculo indicados neste trabalho é possivel obter-se a carga de rotura de um estaqueamento submetido a um carregamento inicial de serviço e a um carregamento crescente correspondente ao modo de rotura que se pretende analisar.

Este procedimento representa uma sensível melhoria nos métodos anteriores que obtinham o carregamento de rotura através da multiplicação de todas as componentes do carregamento inicial por um mesmo valor.

Embora o programa de computador esteja preparado para quaisquer condições de apoio entre a estaca e o bloco e a estaca e o solo, o cálculo à rotura foi realizado apenas para o

caso de estacas bi-rotuladas, ficando como sugestão para um desenvolvimento posterior, a consideração de engastamento nas extremidades das estacas.

Verificamos que o Método da Programação Linear pode ser utilizado com sucesso para a otimização de soluções nos projetos de engenharia, com sensível redução do esforço computacional.

Como no método elasto-plástico, permitimos que as cargas nas estacas sejam elevadas, a verificação do recalque nas fundações projetadas por este método passa a ser obrigatória.

A análise da acomodação (*shake down*) do estaqueamento submetido a cargas repetidas e em sequência (atuação repetida, não simultânea das componentes do carregamento) depende do conhecimento dos esforços residuais nas estacas, assunto ainda pouco conhecido e, portanto, merecedor de estudos complementares.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. AOKI e LOPES - Estimativa de Tensões e Recalques Devidos a Fundações Profundas pela Teoria da Elasticidade - Vº Congresso Panamericano de Mecânica dos Solos e Engenharia de Fundações, Buenos Aires, 1975.
2. AOKI e VELLOSO - Um Método Aproximado para Estimativa da Capacidade de Carga de Estacas - Vº Congresso Panamericano de Mecânica de Solos e Engenharia de Fundações, Buenos Aires, 1975.
3. ASPLUND, S.O. - A Study of Three Dimensional pile-groups - Zürich, Association Internationale des Ponts et Charpenter, 1947.
4. AUDIBERT, J. - Geotechnical Engineering for Guyed Tower Off-shore Structures - Specialty Conference on Civil Engineering in the Oceans, São Francisco, 1979.
5. AUDIBERT, J. e BEA - Earthquake Response of Offshore Platforms - Journal of the Structural Division, ASCE, February, 1979.
6. BAKER, J. e HEYMAN, J. - Plastic Design of Frames vols. 1 e 2 - Cambridge University Press, 1969.
7. BODEN, B. - Limit State Principles in Geotechnics Ground Engineering, September, 1981.
8. BORBA, Ilo - Análise de Estaqueamentos com Contenção Lateral - XVIII Jornadas Sul-americanas de Engenharia Estrutural, 1976.

9. BOWLES, J. - Foundation Analysis and Design - Mac Graw-Hill, 1968.
10. BROMS, B. - The Lateral Resistance of Piles in Cohesive Soils - Journal of the Soil Mechanics Division, ASCE, vol. 90, n° SM2, March 1964.
11. BROMS, B. - The Lateral Resistance of Piles in Cohesionless Soils - Journal of the Soil Mechanics Division, ASCE, vol. 90, n° SM3, May 1964.
12. CABRAL, D.A. - Dimensionamento Estrutural de Estacas Circulares - Relatório Interno de Estacas Franki Ltda.
13. DAVIS, E.H. e POULOS - Pile Foundation Analysis and Design - John Wiley and Sons, 1980.
14. DAVISSON, M.T. e ROBINSON, K.E. - Bending and Buckling of Partially Embedded Piles - International Conference on Soil mechanics, Montreal, 1965.
15. DEMONSABLON, P. - Le Calcul à la Rupture des Fondations sur Groupes de Pieux - Rev. Construction, T. XX, N°s 7 e 8, 1965.
16. DEMONSABLON, P. - Application de la Programmation Linéaire au Calcul à la Rupture des Fondations sur Pieux - Conf. on Applications of Mathematical Programming Techniques, Cambridge, G.B., 1968.
17. DEMONSABLON, P. - Calcul du Coefficient de Sécurité des Fondations sur Groupes de Pieux - VII Conf. Int. de Mécanique des Sols et des Travaux de Fondation, México, 1969.

18. DEMONSABLON, P. - Charge Limite des Groupes de Pieux - Annales de L'Institut Technique du Batiment et des Travaux Publics n° 328, Mai 1975.
19. DEMONSABLON, P. - Calcul a la Rupture des Fondations sur Groupes de Pieux avec Reation Laterale des Terrain - Fifth European Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering - vol. I, pgs. 347-355, Madrid 1972
20. DORN, Gecenberg - Linear Programming and Plastic Limit Analysis of Structures - An. Appl. Math., vol. 15, 1957.
21. DRUCKER, D.C. - The Safety Factor of and Elastic - Plastic Body in Plane Stress - Journ. Appl. Mech., vol. XVIII, p. 37/78.
22. ENGELUND, Frank - Safety Against Failure of Pile Groups - Geoteknisk Institut, Bulletin n° 6, Copenhagen, 1959.
23. GARAS - Offshore Piled Foundations with Particular Reference to Behaviour under Cyclic Tension - International Symposium on Marine Soil Mechanics, vol. 1, México, 1980.
24. GARVIN, W. - Introduction to Linear Programming - Mac Graw-Hill, 1960.
25. HANSEN, Bent - Limit Design of Pile Foundations - Copenhagen, The Danish Geotechnical Institute, 1959 (Bulletin n° 6).
26. HANSEN, Bent - A New Design Method for Pile Foundations - Copenhagen, The Danish Geotechnical Institute, 1959 (Bulletin n° 6).



27. HETENY, M. - Beams on Elastic Foundation - University of Michigan Press, 1971.
28. KOOPMAN, Lance - On Linear Programming and Plastic Limit Analysis, J. Mech. Phys. Solids, March 1965.
29. LOBO CARNEIRO, F. - Sugestões para uma Norma de Cálculo Plástico de Estruturas Hiperestáticas de Concreto Armado - Rev. Estrutura nº 38.
30. LUCY F. MAGALHÃES - Análise de Estaqueamento pelo Método das Cargas Limites por Computadores Digitais - Estudo não Publicado, 1970.
31. MASSONET e MAUS, H. - Force Portante Plastique des Systèmes de Pieux - Lisboa, Laboratório Nacional de Engenharia Civil, 1962 (Paper nº 12) - Symposium on the Use of Computers in Civil Engineering.
32. MATLOCK e BRYANT - Three-Dimensional Analysis of Framed Structures with Nonlinear Pile Foundations - Offshore Technology Conference, 1977.
33. MATLOCK e REESE - Foundation Analysis of Offshore Pile Supported Structures-Proceedings of the Fifth International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering; Paris, 1961.
34. MONTTOYA, J. - Hormigon Armado - Editorial Gustavo Gilio, vols. 1 e 2; 9a. edição.
35. NB-1 - Cálculo e Execução de Obras de Concreto Armado - ABNT.
36. NB-11 - Cálculo e Execução de Estruturas de Madeira - ABNT.
37. NB-14 - Cálculo e Execução de Estruturas de Aço - ABNT.

38. NB-51 - Projeto e Execução de Fundações - ABNT.
39. OVESEN, N. - Towards a European Code for Foundation Engineering - Ground Engineering, October 1981.
40. PFEIL, W. - Estruturas de Madeira - Livros Técnicos e Científicos Editora, 1978.
41. PUCCINI, A. - Introdução a Programação Linear - Livros Técnicos e Científicos Editora.
42. PRAGER, W. - General Theory of Limit Design - Proc. 8th International Congress of Appl. Tech. Istambul, vol. II, 1956.
43. REESE, L. - Definition of Axial Capacity - Proceedings of the Specialty Conference on Performance of Earth and Earth - Supported Structures; Purdue University, 1972
44. SANTOS, L.M. - Cálculo de Concreto Armado - Editora Edgard Blücker, vol. 1.
45. SCHIEL, Frederico - Estática dos Estaqueamentos - São Paulo, Universidade de S. Paulo - Escola de Engenharia de S. Carlos, 1957.
46. SEIBEL, C.A. - Cálculo de Estaqueamento por Análise Matricial - Publicação Interna de Estacas Franki Ltda, 1979
47. SEMPLER, R. - Partial Coefficient Design in Geotechnics - Ground Engineering, September 1981.
48. SMITH, G. - Probability Theory in Geotechnics - Ground Engineering, October 1981.
49. STAMATO, M.C. - Cálculo Elástico de Estaqueamento - S. Paulo, Universidade de S. Paulo - Escola de Engenharia de S. Carlos.

50. TOMLINSON, M.J. - Pile Design and Construction Practice -  
A Viewpoint Publication, 1977.
51. VANDEPITTE, D. - Le Calcul en Service et à la Rupture des  
Systèmes Spatiaux de Pieux de Fondations - Annales  
des Travaux Publics de Belgique n° 6, p. 5/78.
52. VANDEPITTE, D. - Charge Admissible des Fondations sur Pieux  
- Annales des Travaux Publics de Belgique, n°s 4, 5 e  
6, 1953.
53. VANDEPITTE, D. - Charge Admissible des Fondations sur Pieux  
- Annales des Travaux Publics de Belgique, n° 2, 1957
54. VELLOSO, Dirceu de Alencar - O método das Cargas Limites na  
Teoria das Fundações - II Jornada Luso-Brasileira de  
Engenharia Civil, 1967.
55. VESIC, A. - Contribution à l'Étude des Fondations sur Pieux  
Verticaux et Inclines - Annales de Travaux Publics de  
Belgique n° 5.
56. ZIENKIEWICZ et al - Virtual Work, Linear Programing and  
Plastic Limit Analysis - Proc. Royal Society, Londres,  
vol. 251, pg. 110/116.

## APÊNDICE I

## REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A análise de estaqueamentos pelo método da carga limite foi desenvolvida principalmente a partir dos trabalhos de Vandepitte (bibliografias 51,52,53) e Bent Hansen (bibliografias 25,26).

Nestes trabalhos foram analisadas roturas de estaqueamentos com as seguintes hipóteses básicas:

- a) Bloco rígido.
- b) Estacas bi-rotuladas.
- c) Diagrama carga x deslocamento das estacas perfeitamente plástico.
- d) Igual crescimento dos componentes do vetor carregamento.
- e) Rotura reversível das estacas.

A existência da hipótese d e o fato do método não fornecer dados sobre deslocamentos do bloco restringiam enormemente sua aplicabilidade do método.

Demonsablon em uma série de artigos (bibliografias 15,16, 17,18 e 19), tendo por base os trabalhos de Vandepitte, conseguiu suprimir a hipótese d através do Teorema dos Estados Correspondentes.

Os trabalhos de Demonsablon permitiram também a análise

de roturas reversíveis e irreversíveis das estacas e a aplicação da Programação Linear na determinação do carregamento de rotura.

No entanto, Demonsablon apenas utilizou diagramas carga x deslocamento das estacas perfeitamente plástico e não realizou verificações de deslocamentos.

Neste trabalho, de uma forma geral, procurei seguir os estudos de Demonsablon, conseguindo as seguintes novas contribuições:

- a) Diagrama carga x deslocamentos das estacas não-linear.
- b) Obtenção da evolução dos deslocamentos e cotações de bloco para cada nível do carregamento.
- c) Estacas com extremidades rotuladas ou engastadas.
- d) Elaboração de programa de computador em mini-computadores para utilização.